

02/12/2015 – Lo spin

Ricordate quando parlammo della “carica elettrica”? Riporto un pezzetto del salotto di quel giorno, con qualche taglio per ciò che non è essenziale.

Qui compare una nuova “simmetria” spaziotemporale: le leggi della Fisica sono “simmetriche” rispetto alle Trasformazioni di Lorentz. Cosa ci dice Emmy Noether? Che, data questa nuova “simmetria”, deve esistere anche una quantità fisica che si conserva: per l'appunto, la carica elettrica.

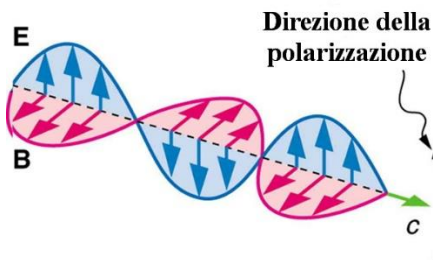
Adesso, tenendo in mente quanto sopra, passiamo alla descrizione quantistica delle particelle elementari. Certamente, molti di voi ricorderanno che questa descrizione si ottiene per mezzo dell'equazione di Schrödinger. Non la scriverò, ma ne ricorderò il significato fisico: la somma dell'energia cinetica e di quella potenziale è uguale all'energia totale. Semplice, ma siccome è stata scritta per un'onda, e non per una particella solida, in essa compare la “funzione d'onda” che descrive, per l'appunto, lo stato dell'onda. Nel caso quantistico, purtroppo, l'onda è un numero “complesso”, e quindi lo stato della particella non si può interpretare in termini intuitivi; può solo essere *calcolato*. In ogni caso, l'equazione di Schrödinger funziona solo se la velocità in gioco è molto inferiore a quella della luce; altrimenti i risultati cominciano a deviare rispetto agli esperimenti.

Per risolvere questo problema, Dirac riuscì a individuare un nuovo gruppo di quattro equazioni che descrivevano con successo la funzione d'onda dell'elettrone – e poi si vide che esse si applicavano anche ai quark e ai neutrini – nel caso relativistico, e cioè di velocità prossime a quella della luce. Sono le equazioni che, sempre come si capì in tempi successivi, descrivono non solo le particelle di materia, ma anche quelle di “antimateria”.

Ebbene: dalle equazioni di Dirac emerse in maniera chiara che, oltre alla carica elettrica, il Teorema di Noether applicato alla simmetria delle leggi fisiche rispetto alle Trasformazioni di Lorentz, esprime anche una nuova *quantità fisica che si conserva* per ogni particella, si tratti di “materia” come gli elettroni, o di “interazione” come i fotoni. In linea di massima, tale quantità potrebbe non sembrare “nuova”, dal momento che ha le caratteristiche di un *momento angolare*. Purtroppo, il suo comportamento è del tutto *quantistico*, e perciò ci scivola tra le mani se cerchiamo di interpretarlo in modo intuitivo. Si tratta dello *spin* e, come già detto, è una quantità che “si conserva”. Vale a dire: lo spin di un elettrone non potrà mai essere aumentato o diminuito (e così pure quello del fotone eccetera). Proverò a darvi un'idea rudimentale di come funziona lo spin, ma il modellino intuitivo crolla molto presto.

Nelle unità di misura apposite dal punto di vista quantistico, lo spin del fotone ha valore  $\underline{1}$ . Ciò vuol dire che, se facciamo compiere a un fotone “un giro completo attorno al proprio asse”, esso ritorna nelle condizioni iniziali. Ma come interpretare queste affermazioni criptiche? Bene; per quanto possa sembrare strano esiste un'interpretazione vagamente “classica” che ci farà dire: «Ma se era così semplice, perché tante storie?». Il perché verrà fuori quando introdurremo il secondo modellino.

Restiamo sul fotone. Poiché l'equazione di Schrödinger e quelle di Dirac sono “equazioni d'onda”, e il fotone è, in fin dei conti, uno dei modi sotto i quali si presenta l'onda elettromagnetica, approfittiamo del concetto e disegniamo l'andamento dell'onda.

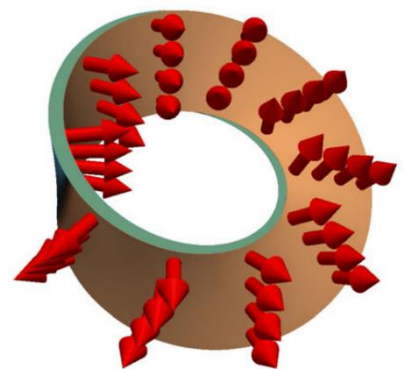


Qui a fianco il vettore  $\mathbf{E}$  rappresenta il campo elettrico, il vettore  $\mathbf{B}$  è invece il campo magnetico, e  $c$  mostra la direzione di propagazione (alla velocità della luce, ovviamente). Definiamo un nuovo vettore, chiamato *polarizzazione* (già dalla fisica classica sappiamo di cosa si tratta) allineato col campo elettrico. E qui mi perdonerete, ma introduco già la prima

“*sporciuzola*” quantistica disegnando la freccia solo verso l’alto, e non verso l’alto e il basso come sarebbe in termini “*classici*”. Dirò che questo vettore rappresenta la direzione dello spin del fotone. Ora, pensiamo di cominciare a ruotare la direzione di  $\mathbf{E}$  – e di tutto il resto – in modo che l’onda, e la sua polarizzazione, compiano un giro completo, ovvero  $360^\circ$ . L’onda è ritornata come era all’inizio, con lo spin verso l’alto. Ecco una discreta ragione, semi – intuitiva, per dire che lo spin del fotone è  $\underline{1}$ ; esso torna uguale a se stesso dopo aver compiuto una rotazione attorno al proprio asse.

Attenzione, ora: dalle equazioni di Dirac si ricava che *tutte* le particelle di “*interazione*” (fotone, gluoni, bosoni W e Z) possiedono spin =  $\underline{1}$ . Al contrario, *tutte* le particelle di “*materia*” (quark di ciascuna delle tre famiglie, con i relativi *elettroni* e neutrini) possiedono spin =  $\underline{1/2}$ . E “quivi comincian le dolenti note”, come disse Dante quando Virgilio gli mostrò come si risolvevano le equazioni di Dirac. Infatti, il sommo poeta domandò subito al suo maestro come è possibile che una particella priva di dimensioni, e cioè un semplice punto, possa ruotare attorno a se stesso. Al che, Virgilio rispose: «Quando che vvedi Bbeatrice, te lo fai spiegà dda lei.» E le cose sono rimaste così fino a oggi. Chi andrà in Paradiso saprà come funziona la MQ, chi andrà all’Inferno no.

L’altro problema è il seguente: affinché una particella con spin =  $\underline{1/2}$ , se ruotata, torni alle condizioni di partenza, bisogna farle compiere non *uno* ma *due* giri completi. Dante non volle insistere per non farsi dare una rispostaccia da Virgilio; noi proveremo a tirare fuori dal cappello uno “*straccio*” d’interpretazione geometrica anche per questa malignità della meccanica quantistica, ma si tratta più che altro di un gioco. La cosa funziona così: tutti conosciamo il Nastro di Möbius. Immaginiamo perciò che la direzione dello spin di una particella punti verso destra, come le frecce rosse che vediamo all’interno del nastro nella figura qui accanto. Ora la particella scorre sul nastro in senso orario, e quindi lo spin si mantiene sempre attaccato alla superficie e cambia direzione via via. Quando ha percorso un intero giro si trova sulla superficie esterna, e punta verso sinistra. Dobbiamo seguire con la fantasia le frecce dello spin mentre seguitano a muoversi lungo la parte di nastro nascosta ai nostri occhi, e rispuntano fuori nella posizione di partenza dopo aver compiuto due giri interi. Ci vuole pazienza e bisogna ragionare con calma per capire il gioco, ma funziona.



Ma è proprio così che lavora Madre Natura? No: è solo un trucchetto; in realtà non possiamo avere un “*vero*” modello figurato dello spin, poiché è, come già detto, un concetto del tutto quantistico. Amen!