

## L'interazione elettromagnetica II (25/01/2006)

Stavamo parlando di interazione tra cariche elettriche, considerando queste ultime in stato di quiete. Se volessimo trovare una legge di tipo Newtoniano, in cui l'interazione è scritta sotto forma di una **forza**, l'attrazione elettrica tra due cariche  $q_1$  e  $q_2$  nel vuoto si può scrivere:  $F = - e_0 q_1 q_2 / r^2$  dove  $r$  è la distanza tra le due cariche ed  $e_0$  ha il ruolo giocato, nella legge di gravità, dalla costante di gravitazione. Il segno negativo ci ricorda che cariche di segno uguale si respingono, e cariche di segno opposto si attraggono. A questo punto, possiamo chiederci quanto è **intensa** l'interazione elettrica rispetto a quella gravitazionale. A conti fatti, troviamo che nel più semplice atomo di tutti, quello dell'idrogeno, il singolo protone attrae il singolo elettrone con una **forza elettrica** che è circa  $10^{40}$  volte maggiore rispetto alla **forza gravitazionale**. Ma la scelta di protone ed elettrone è arbitraria; se per esempio calcolassimo la repulsione tra due protoni, la **forza elettrica** sarebbe la stessa (di segno opposto, ovviamente) mentre quella gravitazionale sarebbe 2000 volte maggiore; ci chiediamo allora se esiste qualche genere di **unità di misura naturale** che possa mettere in relazione **assoluta** tra loro le forze di natura. Si può fare: nel caso elettrico bisogna cercare la più semplice combinazione di costanti di natura (incluse quelle elettriche) che fornisca un numero puro:

$$a_{el} = \frac{e^2}{2e_0 hc} \approx \frac{1}{137} \approx 0,0073$$

dove  $e$  è la carica elementare, ovvero quella dell'elettrone. Dunque, l'interazione elettrica possiede una **forza intrinseca** pari a circa **0,0073**. Che dire di quella gravitazionale? Non è altrettanto semplice poiché non esiste una **carica gravitazionale elementare di riferimento**, ma l'ordine di grandezza viene comunque  $a_g \sim 10^{-39}$ . E che possiamo dire delle altre due interazioni di natura che ancora non abbiamo studiato? Senza ancora anticipare troppo, ci limitiamo ad affermare che le cose sono un po' più **fluide**, ma comunque possiamo fornire un valore di riferimento per le altre due interazioni come ordine di grandezza:  $a_w \sim 0,033$  per quella debole (**weak**) e  $a_s \sim 1$  per quella forte (**strong**). Dunque, entro un fattore 150 circa, le tre interazioni descritte dalla MQ sono abbastanza simili tra loro come avevamo detto un paio di salotti fa, mentre quella gravitazionale, descritta dalla RG, si trova a una distanza abissale. Ma notiamo anche un'altra cosa: malgrado la definizione canonica, l'interazione **debole** è circa cinque volte più intensa di quella elettrica.

Restiamo nell'elettromagnetismo parlando di nuovo delle Equazioni di Maxwell (EdM) che ancora non considerano la MQ; una delle volte scorse abbiamo detto che esse non hanno bisogno di correzioni dovute alla Relatività Speciale poiché obbediscono **non** alle Trasformazioni di Galileo, ma a quelle di Lorentz. Riprendiamo il discorso delle **simmetrie** poiché sta diventando importante. Ricordiamo che ogni simmetria rispetto allo spazio e al tempo corrisponde a una legge di conservazione. Per esempio, dalla simmetria delle leggi della dinamica rispetto al tempo nasce la conservazione dell'energia, ecc. Ora ci troviamo di fronte a una nuova simmetria: quella delle EdM rispetto allo **spaziotempo** (obbedire alle Trasformazioni di Lorentz significa questo). C'è una legge di conservazione legata anche a ciò? Certamente: si tratta della **conservazione della carica elettrica**. In tutto l'universo, la carica elettrica deve essere costante: ne consegue che, se con qualche marchingegno riusciamo a **creare** un elettrone (carica elettrica =  $-I$ ), come conseguenza di questo fatto abbiamo creato anche un oggetto dotato di carica elettrica  $+I$  (può essere un positrone, un protone o altre particelle che incontreremo più avanti).

Ora introduciamo il campo magnetico. Le EdM presentano anche un'altra **simmetria** tutta loro particolare: due di esse mettono in relazione i campi elettrici e magnetici con le rispettive **cariche**, altre due li mettono in relazione con le variazioni rispetto al tempo dei campi, rispettivamente, magnetici ed elettrici. Ma, detto così, non si capisce. Allora scriviamo esplicitamente le EdM, senza impegno e senza preoccuparci troppo; possono essere spiegate in modo qualitativo abbastanza semplice.

$$I \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$II \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

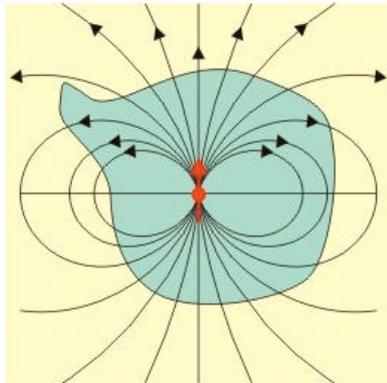
$$III \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$IV \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Spieghiamo la prima EdM: la parte a sinistra del simbolo “=” si potrebbe leggere: *il campo elettrico che esce da una certa superficie chiusa*, mentre quello che sta a destra significa *è proporzionale alla densità di carica elettrica dentro la superficie*. In termini più semplici, se c'è da qualche parte una carica elettrica, da quella esce un campo elettrico e la prima EdM ci dice quant'è questo campo.

Ora vediamo la terza EdM: è uguale alla prima, solo che si riferisce al campo magnetico e, siccome *non esistono cariche magnetiche isolate, ma sempre e solo a coppie*, alla destra del segno di “=” c'è zero. Questo non significa che il campo magnetico non possa esistere, ma che le *linee di forza che escono da una certa superficie chiusa finiscono, dopo aver descritto una certa configurazione nello spazio, per rientrare nella stessa superficie, magari da un'altra parte*.

Bisogna spiegare meglio questo concetto. Tutti abbiamo familiarità con le calamite e sappiamo che esse possiedono un *polo nord* e un *polo sud* magnetici. Sappiamo anche che poli uguali si respingono e poli diversi si attraggono. Ma se spezziamo in due una calamita, non abbiamo separato il polo nord da quello sud; abbiamo invece ottenuto due calamite più piccole, ciascuna coi suoi poli nord e sud. Non esistono in natura (anche se sono stati ipotizzati in contesti teorici molto particolari) *monopoli magnetici* che siano solo nord o sud. In questo senso, le *cariche magnetiche* vanno sempre a coppie. La conseguenza fisica è che le *linee del campo magnetico si richiudono sempre su sé stesse* così:



e questa figura ci spiega anche il significato della terza EdM.

Ma le equazioni che ci interessano di più sono la seconda e la quarta. In esse compaiono, a destra, le derivate rispetto al tempo dei campi magnetico ed elettrico. In particolare, si vede che un campo elettrico si può generare se un campo magnetico varia nel tempo (è quello che succede nelle dinamo) e che, viceversa, un campo magnetico sorge se ci sono elettroni in movimento (un elettromagnete). In sostanza, mentre un campo elettrico può essere generato sia da cariche elettriche ferme che dal moto di un campo magnetico, un campo magnetico esiste solo se ci sono cariche elettriche in movimento. Una *simmetria* che, però, non è completa. Ma adesso scrivo la quarta delle EdM in modo *mostruosamente semplificato*:  $\vec{B} \sim \vec{E}/c$ . Non lascio, a futura memoria, i passaggi intermedi, perché ogni matematico inorridirebbe e mi condannerebbe al patibolo e al pagamento delle spese per il boia, mentre qualunque fisico capirebbe che, se uno vuole cominciare ad avere i primi ordini di grandezza, questo è l'unico modo corretto di lavorare. Voglio solo far notare che *il campo magnetico è “c” volte inferiore a quello elettrico*. Questo, e il fatto che il campo magnetico nasce solo se c'è *velocità elettrica*, conducono ad affermare che *il campo magnetico è la correzione relativistica del campo elettrico*. Meditiamoci sopra. C'è un *campo gravitomagnetico “c” volte inferiore a quello gravitazionale? Sì!*