L'interazione elettromagnetica III (01/02/2006)

Stiamo correndo un po' e incontriamo per strada molti concetti che vanno digeriti con un minimo di ragionamento e di spiegazione. Allora fermiamoci non per un vero e proprio ***brainstorming*** (Joan, per favore, dillo tu che a me non viene bene), ma almeno per puntualizzare qualcosa. Torniamo per esempio alla formula che descrive la ***forza*** elettrica tra due cariche q_1 e q_2 nel vuoto: $F = - e_0\, q_1\, q_2 / r^2$ dove r è la distanza tra le due cariche (Legge di Coulomb). Ma cosa è davvero e_0? Arriviamoci.

Nell'anno 1790, l'Assemblea Nazionale Rivoluzionaria Francese commissionò all'Accademia delle Scienze l'elaborazione di un sistema di unità di misura semplice su base decimale. A quei tempi Napoleone era ancora un piccolo caporale e il Re Luigi XVI avrebbe mantenuto la testa sulle spalle per altri due anni. L'Accademia si mise al lavoro e definì per prima cosa il metro, come la quarantamilionesima parte dell'equatore terrestre. È dunque chiaro che la scelta di un'unità di misura delle distanze basata sulle dimensioni del nostro pianeta è solo una possibile tra un'infinità di altre: la Terra non possiede caratteristiche di "***standard cosmico***", nel senso che è un pianeta qualsiasi il cui raggio è frutto del caso. Poi fu definito il chilogrammo, come massa di un decimetro cubo di acqua a 4° e alla pressione atmosferica al livello del mare (altra unità di misura che è quindi legata alle caratteristiche del nostro pianeta) e il secondo (cioè l'unità di tempo) come la ottantaseimilaquattrocentesima parte del giorno solare medio (sempre correlato alla rotazione terrestre). In altri termini, la scelta fu quella di legare le unità di misura al corpo celeste su cui, a quell'epoca, l'essere umano cominciava a esercitare un controllo diretto.

Quando furono eseguite queste scelte, la legge di forza gravitazionale di Newton ($F = G\, m_1\, m_2/r^2$) e quella di Coulomb erano già note (la seconda da pochi anni). Sempre tenendo presente il modo in cui fu elaborato il Sistema Metrico Decimale, esaminiamo per esempio la legge di gravità, dove compare la ***costante di gravitazione universale G***. Ci chiediamo che ruolo abbia ***G***, sia ***nella natura in sé*** che nel modo in cui scriviamo matematicamente le leggi di natura.

Quali sono le "***dimensioni fisiche***" di una forza (attenzione: non sto parlando di "dimensioni geometriche")? La seconda legge della Dinamica ci dice che la forza è il prodotto tra una massa e un'accelerazione. D'altronde, un'accelerazione è una variazione di velocità divisa per un tempo, e la velocità, a sua volta, è una lunghezza divisa per un tempo. Proviamo a scrivere le ***dimensioni di una forza***, ricordando che quando si eseguono queste "***analisi dimensionali***" il simbolo "***m***" sta per "***massa***" (espressa in "***chilogrammi***") e ***non per "metri"***, mentre "***l***" è la "***lunghezza***" (espressa in "***metri***") e "***t***" è il "***tempo***":

$$F = massa \times accel. = m \times \frac{\Delta Vel.}{t} = m \times \frac{\left(\frac{l}{t}\right)}{t} = \frac{m \times l}{t^2}$$

Ora proviamo a scrivere le ***dimensioni della legge di gravità*** facendo come se ***G*** non ci fosse:

$$F = \frac{m^2}{l^2}$$

Le cose non tornano, non vi pare? Per farle tornare bisogna moltiplicare, all'interno della legge di gravità, per un "qualcosa" che abbia le dimensioni di:

$\frac{l^3}{m \times t^2}$. Infatti: $$F = \frac{l^3}{m \times t^2} \times \frac{m^2}{l^2} = \frac{m \times l}{t^2}$$

Dunque, scopriamo che se esprimiamo la legge di gravità come prodotto di masse diviso una lunghezza al quadrato, per ottenere le dimensioni corrette di una forza dobbiamo aggiungere un coefficiente che abbia le dimensioni di una lunghezza al cubo divisa per una massa e per un tempo al quadrato. Per come abbiamo scelto di definire le quantità fisiche fondamentali, è ***la natura stessa*** che ci impone di aggiungere una costante moltiplicativa che è dotata di dimensioni, e che è proprio ***G***.

Ora che abbiamo capito qual è il ruolo di ***G*** in natura (il suo "***valore dimensionale***"), cerchiamo di scoprire qualcosa riguardo al ***valore numerico*** che dobbiamo assegnare a ***G*** . Torniamo, per questo, alla

Rivoluzione Francese e alla definizione di metro, chilogrammo e secondo. Abbiamo visto che queste quantità sono state scelte avendo, come punto di riferimento, il pianeta Terra. Ma gli Accademici avrebbero potuto eseguire una scelta differente: definire le distanze, le masse e le altre quantità fisiche in modo che, nella legge di gravità, risultasse:

$$G = 1\frac{l^3}{m \times t^2}$$

Invece, avendo eseguito la scelta di ***metro, chilogrammo e secondo*** in base a dimensioni terrestri, per cui la forza che fa accelerare ***1 chilogrammo con accelerazione di 1 metro/secondo^2*** prende il nome di "***Newton***" (attenzione a non confondere la "***forza di Newton***" che è quella gravitazionale, con l' "***unità di misura della forza***" che si chiama "Newton" ***qualunque sia il tipo di forza***, anche elettrica) quando scriviamo la legge di gravità dobbiamo moltiplicare per

$$G = 6{,}6742 \times 10^{-11}\frac{l^3}{m \times t^2}$$

Dunque, le costanti di natura che compaiono nelle varie leggi fisiche, riflettono due scelte eseguite dai fisici:

1) Utilizzare, come quantità fisiche per descrivere la natura, ***lunghezze, masse, tempi*** (e poi cariche elettriche e varie altre). Con queste quantità, occorrono comunque delle "***costanti di ragguaglio***" per assicurare che, dal punto di vista "***dimensionale***", quel che dovrebbe essere una "***forza***" possieda realmente le "***dimensioni di una forza***" e così via.

2) Utilizzare, per il "***valore di riferimento***" delle varie quantità fisiche scelte al punto precedente, dei valori ben precisi come il ***metro, il chilogrammo e il secondo*** (e poi il Coulomb ecc.). Questo fa sì che le "***costanti di ragguaglio***" non solo possiedano una certa "***combinazione di dimensioni***", ma anche un ***valore numerico*** ben preciso.

Se siamo arrivati a capire questo, possiamo tornare alla legge di Coulomb e chiederci cosa sia davvero e_0. La risposta è che, in analogia alla costante di gravitazione universale, dobbiamo inserire nella legge di Coulomb una "***costante dielettrica***" (che qualche volta prende il nome di "***permeabilità elettrica del vuoto***", in quanto ci dice "***quanto il vuoto fa passare la forza elettrica***") che tiene conto sia della necessità che la formula, alla fine, ci dia una "***forza***" con le giuste dimensioni, ma pure che la scelta delle unità di misura (il Coulomb per la carica elettrica, elevato al quadrato e diviso per una distanza in metri anch'essa al quadrato) fornisca alla fine il valore numerico esatto della ***forza elettrica espresso in Newton***.

Spero che a questo punto la confusione sia totale, senza omissioni o lacune.