

L'interazione elettromagnetica VI (22/02/2006)

Non possiamo ovviamente descrivere come si scrivono le equazioni quantistiche del campo elettromagnetico. L'unico accenno è che esse contengono, ovviamente, il principio di "energia minima", ovvero la considerazione che qualsiasi sistema tende spontaneamente ad adagiarsi sul livello di minima energia consentito. Il problema successivo è che, per queste equazioni, non è nota alcuna soluzione matematica. Ci si deve quindi arrangiare, per mezzo di una "soluzione perturbativa". In pratica, conoscendo la soluzione esatta per un caso così semplificato che in pratica non si presenta in natura, si cerca di trattare qualsiasi caso "reale" come una "perturbazione" al caso ideale. Ma siccome la prima perturbazione non basta, si finisce con uno "sviluppo in serie", sommando cioè la perturbazione più semplice, poi "perturbando la perturbazione" e così via. Questo sistema, però, può funzionare solo se ogni successiva "perturbazione" è veramente una piccola correzione; se invece ognuna cresce, il risultato tende ovviamente all'infinito.

Nella QED le cose vanno proprio così; ogni passo successivo è $137 \times 137 = 18769$ volte più piccolo del precedente. Per questo motivo, nessuno ha mai eseguito calcoli per più di 4 passi. La differenza tra il risultato teorico e quello sperimentale sarebbe troppo piccola per essere misurabile, e inoltre ogni passo è sempre più difficile da calcolare. Per di più, dal secondo passo in poi, il risultato è sempre: "qualcosa" + "infinito" e bisogna cancellare l'infinito (questa procedura si chiama *rinormalizzazione*). In verità, è meno drammatico di quel che sembra perché recenti analisi matematiche hanno mostrato che gli infiniti dipendono da "come si cerca la soluzione" e non dalle equazioni stesse; se fosse possibile risolverle esattamente, gli infiniti non si presenterebbero.

Questo tipo di soluzione è stato proposto da Richard Feynman a cavallo degli anni '30 e '40. Noi vedremo solo il caso semplicissimo di repulsione tra due elettroni.

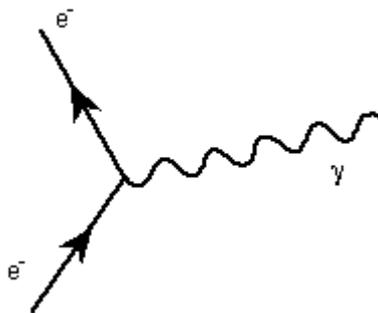
Un elettrone è schematizzato da una linea continua con una freccia verso destra o verso l'alto:

un *anti-elettrone* o *positrone* ha la freccia verso sinistra o verso il basso:

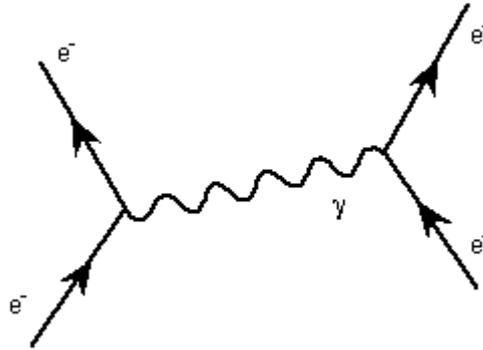
mentre un fotone è una linea ondulata:



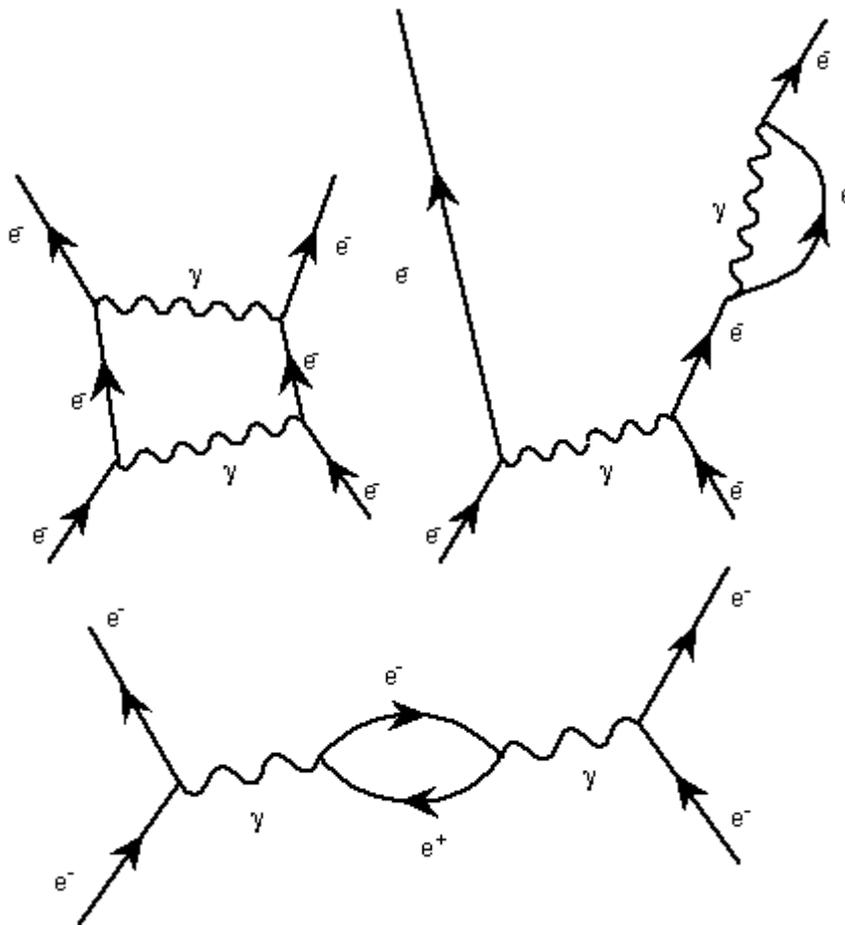
Ci sono poi delle regole "grammaticali" che dicono quali tipi di diagramma sono ammessi e quali sono impossibili. Per esempio, questo è un diagramma ammesso:



Al contrario, un diagramma in cui due fotoni si unissero in un solo punto e ne venisse fuori un elettrone è proibito. Queste regole sono solo la traduzione grafica di leggi della fisica (conservazioni varie eccetera). Per esempio, significano che un fotone può agire su un elettrone ma non viceversa. Il diagramma che connette due "linee elettroniche" con un fotone si chiama *vertice*, e ogni volta che s'incontra un vertice vuol dire che il caso descritto è solo una perturbazione di 137-mo di quel che sarebbe il diagramma senza vertice. Ogni diagramma è quindi accompagnato da precise regole matematiche per calcolare l'esito del processo che si sta considerando. I passi successivi dello sviluppo in serie non sono altro che diagrammi con un numero sempre maggiore di vertici. Nel caso della collisione tra due elettroni, per esempio, il primo diagramma da considerare è il seguente:



Il termine successivo, invece, sarà dato dalla somma di tutti i possibili diagrammi con quattro vertici, ciascuno dei quali contribuirà con una perturbazione che è solo una parte su 18769 del termine precedente. Esistono solo tre tipi di diagrammi a quattro vertici:



Qui cominciano i problemi con gli infiniti, dove si trova (nell'ultimo in basso) il primo "loop chiuso" in cui si formano un elettrone e un anti-elettrone virtuali. Poi si prosegue con i diagrammi a sei vertici (che sono molto più numerosi) e nessuno è mai andato oltre a quelli con otto vertici, che sono talmente tanti da volerci una buona fantasia per immaginarli tutti. Per cui: è vero che ciascun diagramma "pesa" solo una frazione piccolissima di quelli precedenti, ma all'aumentare del numero dei vertici, si ripresenta un nuovo infinito diverso dal primo: il numero dei diagrammi cresce talmente tanto che alla fine tende a infinito più velocemente di quanto il coefficiente moltiplicativo $1/(137 \times 137)^n$ tenda a zero. Ma sembra che pure questo sia solo un problema del metodo scelto per risolvere le equazioni; la loro soluzione "esatta" non dovrebbe presentarlo.