

Riassunto di MQ (04/10/2006)

Ogni misura fisica ha una certa incertezza. Una misura di lunghezza (che chiameremo x) non può essere eseguita con una precisione migliore di Dx , dove l'incertezza nella misura è indicata dal simbolo D . Questa incertezza nelle misure di lunghezze non è dovuta al fatto che le lunghezze stesse siano indeterminate; è un problema di "conoscenza" dovuto alla difficoltà di trovare strumenti che forniscano una precisione migliore.

Supponiamo di avere un microscopio con ingrandimento infinito, e sul vetrino del microscopio mettiamo un elettrone. Vogliamo misurarne la posizione con precisione assoluta. Dovremo inviare della luce sull'elettrone. La luce riflessa dall'elettrone, passando attraverso le lenti del microscopio, arriverà fino al nostro occhio, e ci permetterà di vedere l'immagine ingrandita della particella, assieme a quella della scala graduata che ne indica la posizione. Dunque, durante il processo di misura, l'elettrone dovrà essere colpito da fotoni. Se la lunghezza d'onda dei fotoni che inviamo è λ , la massima precisione Dx nella misura della posizione dell'elettrone è dell'ordine di grandezza di λ . Il fotone non può riuscire a *definire* un dettaglio più piccolo della sua stessa dimensione. Tanto maggiore è la precisione con cui vogliamo conoscere x (e cioè tanto minore è Dx), tanto minore deve essere λ della luce usata. Ma, tanto minore è λ , tanto maggiore è l'energia del fotone $E=hc/\lambda$. La misura della posizione x dell'elettrone comporta che l'elettrone sia urtato da un fotone che gli cede energia. Più precisa è la misura di x , maggiore è l'energia ceduta all'elettrone durante la misura. Nel medesimo istante cui veniamo a conoscere la posizione dell'elettrone, l'elettrone stesso non si trova più in quel punto: è partito in una direzione, e con una velocità, che non conosciamo con precisione, a causa dell'urto col fotone.

La "quantità di moto" dell'elettrone sia: $p=mV$ dove m è la massa dell'elettrone e V la sua velocità dopo l'urto, conosciuta però solo in maniera approssimativa. Esisterà una imprecisione nella nostra conoscenza di p : questa imprecisione la chiameremo Dp . Volendo una precisione Dx nella misura della posizione di una particella, dopo la misura la sua quantità di moto sarà incerta di una quantità Dp tale che:

$$Dx \times Dp = h/2\pi$$

Questa è appunto l'espressione matematica del "Principio d'Indeterminazione" (PdI). Esso non afferma che non possiamo conoscere la posizione di una particella con la precisione che vogliamo. Con mezzi di potenza illimitata, possiamo rendere Dx piccola a piacere. Negli acceleratori di particelle troviamo che la "dimensione" di un elettrone è inferiore a 10^{-19} cm; ciò vuol dire che possiamo misurare la sua posizione con altrettanta precisione. Però, maggiore è la precisione con cui conosciamo la posizione, maggiore diventa l'incertezza con cui conosciamo la velocità della particella dopo la misura. Se Dx diminuisce, Dp deve aumentare in modo che il loro prodotto rimanga costante. E viceversa, con esperimenti di tipo diverso, possiamo conoscere con quanta precisione vogliamo la velocità di una particella, ma la sua posizione diventa sempre più indeterminata.

Sembrerebbe un'indeterminazione di conoscenza, come se l'elettrone possedesse sia posizione che velocità determinate, ma la quantizzazione dell'energia dei fotoni ci impedisce di conoscere entrambe queste quantità contemporaneamente con precisione superiore a quanto affermato dal PdI. Ma le cose non stanno in questo modo.

LA POSIZIONE E LA VELOCITÀ DI UNA PARTICELLA NON HANNO UN VALORE "REALE" FINCHÈ NON SI ESEGUE UNA MISURA. IL PdI DICE SOLO QUALI SIANO GLI INTERVALLI DI POSIZIONE E VELOCITÀ IN CUI È PROBABILE TROVARE UNA PARTICELLA SE SI ESEGUE UNA MISURA.

Siccome la meccanica newtoniana conosceva già "entità" non precisamente localizzate, e cioè le onde, Erwin Schroedinger decise di affrontare il problema di questo apparente "mescolamento" fra

onde e particelle. Infatti, se l'unica realtà fisica fosse formata da onde, una particella si potrebbe pensare come molto compatta, di l cortissima. Se è così, deve essere possibile scrivere un'equazione come quelle che descrivono le onde nella meccanica di Newton, la quale descriva però il comportamento di una particella.

Il secondo principio della dinamica si scrive: $\underline{F} = m\underline{a}$, dove \underline{F} è la forza e \underline{a} l'accelerazione. L'equazione di Schroedinger possiede una struttura più o meno analoga. Al posto della forza si ha il "potenziale", che è "il campo di forza" in cui si trova la particella. Vi compare poi l'energia della particella, e una quantità che prende il nome di "funzione d'onda", scritta di solito Y , che ci dice in che modo la particella reagisce alle forze esterne. È un po' più complicato dell'accelerazione, ma sembra ancora esserci un collegamento con la fisica classica delle onde. La prima applicazione dell'EdS (d'ora in poi la chiameremo così) all'atomo d'idrogeno, poi di elio e ad altri, ebbe immediatamente successo.

Era perciò chiaro che si trattava dell'equazione di base della Meccanica Quantistica e che, da quel momento in poi, si poteva costruire tutta la fisica quantistica, esattamente come per mezzo delle leggi della dinamica di Newton era stato possibile costruire tutta la fisica classica.

Dunque, le particelle non sono altro che onde, l'EdS permette di calcolare tutto quello che è necessario, e la fisica classica è salva. O no? Bohr invitò Schroedinger a Copenaghen, e discussero con accanimento per qualche settimana. L'argomento delle loro controversie era la "natura fisica" della funzione Y . Quest'ultima rappresenta certamente un'onda, e il suo andamento descrive con precisione il comportamento "statistico" della particella *se si esegue un esperimento*. Ma un'onda di che cosa?

Non può essere né materia né energia. Infatti, quest'onda si scrive matematicamente per mezzo di numeri complessi, e in tutta la meccanica classica non abbiamo un solo esempio di "massa" o di "energia" moltiplicate per un numero complesso. Y descrive qualcosa di completamente diverso. L'unico esempio lo troviamo nel calcolo delle probabilità. Infatti, solo eseguendo il prodotto di Y per il numero complesso "coniugato" corrispondente si ottiene sempre un numero reale, che ha un significato fisico comprensibile. Questo numero rappresenta la "probabilità" di trovare la particella in una certa regione di spazio, se si esegue l'esperimento necessario a individuare la particella stessa. Dunque, il significato fisico di Y non è affatto semplice. Potremmo quasi dire che Y ha solo un significato matematico. Non rappresenta un'onda di proprio nulla di fisico, e tutti i problemi di interpretazione rimangono irrisolti.

Quel che sappiamo, dunque, è che il PdI ha proprio il significato che abbiamo visto sopra, ma le indeterminazioni non sono del tutto casuali. Esse possiedono una certa regolarità statistica, e l'EdS serve proprio a calcolare la distribuzione probabilistica degli esiti di tante misurazioni identiche, che però fornirebbero sempre risultati diversi. La natura, nel mondo microscopico, non obbedisce ai requisiti di "esistenza" intuitivi, ma per lo meno obbedisce alla statistica.