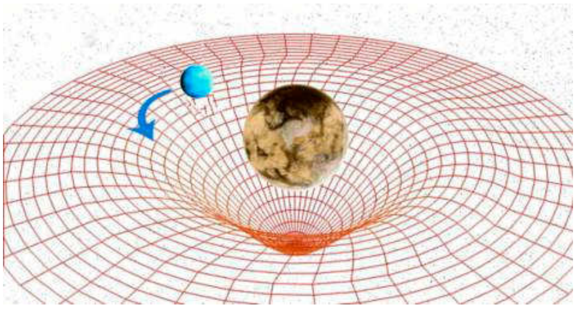
La curvatura del tempo (25/05/11)

Gli storici della fisica sono concordi nell'ammettere che, se Einstein non avesse pubblicato la Relatività speciale nel 1905, nel giro di altri 5 – 10 anni al massimo qualcun altro ci sarebbe arrivato. Magari lo stesso Lorentz. Per quanto riguarda la Relatività generale, invece, probabilmente ci sarebbero voluti almeno altri cinquant'anni prima che se ne sentisse la necessità in modo impellente, e qualcuno cominciasse a ragionare sul problema. Infatti, la Relatività generale è il parto di un cervello che lavorava sulla base di principi logici, senza curarsi dei dati sperimentali. Un po' come tentano di fare i teorici delle Superstringhe ai giorni nostri. La nuova Teoria era pronta nel 1915, e fu pubblicata nel 1916. Anni di guerra, e la Manica era in tempesta …

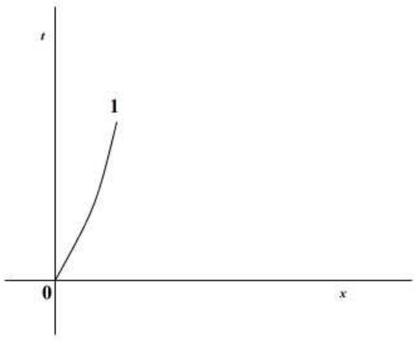
Il filo conduttore fu l'equivalenza tra "massa inerziale" e "massa pesante", ma possiamo pensarlo in modo più semplice affermando che, perfino all'interno di un campo gravitazionale, ci sono Osservatori che, almeno in prima approssimazione, sono in grado di muoversi come se non esistessero forze esterne. Ovviamente sono gli Osservatori in caduta libera, di cui il moto orbitale della Stazione Spaziale Internazionale è solo uno dei tanti esempi.

Sappiamo tutti che la Relatività generale risolve (almeno apparentemente) il problema di Newton dell'elastico cosmico, affermando che attorno a ogni massa lo spaziotempo si curva, e quindi gli oggetti che si muovono nei dintorni seguono traiettorie curve. Qui accanto c'è un disegnino che sarà familiare un po' a tutti, e che suggerisce come il moto orbitale di un oggetto attorno a un altro sia dovuto essenzialmente ai "binari" curvi dello spazio. Nulla di più sbagliato: se il campo gravitazionale non è fortissimo (vedremo poi quanto), tutto è dominato dalla curvatura del tempo.



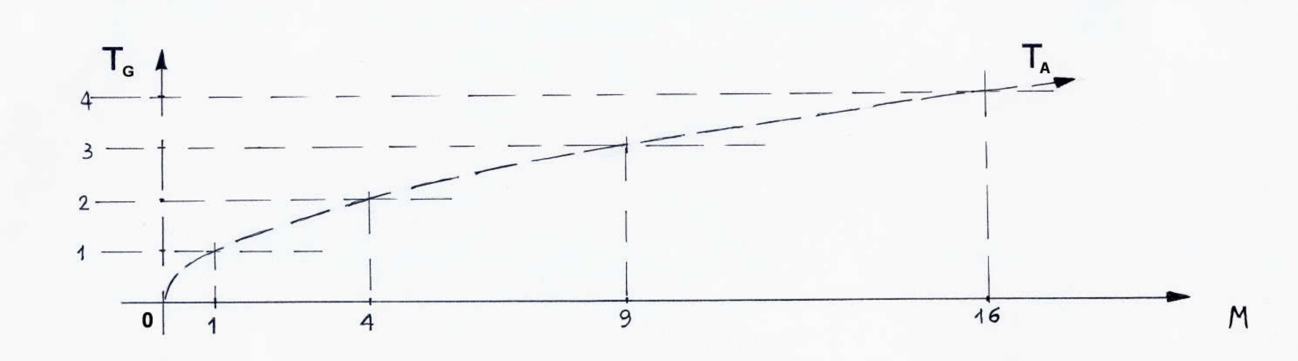
Cercherò di presentarvi un modellino che spiega, in prima approssimazione, il perché, ma bisogna ricordarsi che questo funziona solo in un campo gravitazionale "debole", laddove gli effetti della curvatura dello spazio, e di quella del tempo, possono essere trattati separatamente. Quando il campo cresce, ciò non è più possibile, perché si curva lo spaziotempo tutto intero, e nessun modellino intuitivo riesce ad aiutarci davvero.

Cominciamo dal caso più banale, con un diagrammino di Minkowski per una sola dimensione spaziale e per la dimensione temporale, in uno spaziotempo assolutamente "piatto", e cioè lontanissimo da ogni campo gravitazionale. Eccolo qui accanto: inizialmente (al tempo che noi definiamo zero) l'Osservatore si trova in **0**. Dopo che è passato un po' di tempo, delle due l'una: o l'Osservatore si è mosso con una certa velocità (nell'esempio accanto si è mosso verso destra) e allora la sua posizione sarà **1**, oppure non si è mosso affatto, e quindi si è limitato a salire sull'asse del tempo, perché al passare del tempo la sua posizione non cambia rispetto all'asse ***x***, ma di sicuro deve cambiare rispetto all'asse ***t***. Mi fermo qui finché non ci siamo capiti bene tutti quanti.



Ora passiamo al caso in cui lo spaziotempo non sia più rettilineo a causa della presenza di una massa. Supponiamo dunque di trovarci in orbita attorno al Sole, alla distanza della Terra, ovvero 150 milioni di km. Il raggio di Buco nero del Sole è di soli 3 km, il che vale a dire: questa è la distanza dal centro per cui la curvatura dello spaziotempo diventerebbe mastodontica, e quindi il campo gravitazionale "fortissimo" se, ovviamente, il Sole fosse condensato tutto in un raggio così piccolo. Siccome la distanza della Terra dal Sole è 50 milioni di volte maggiore di questa distanza (abbiate pazienza se mi ripeto), dalla Terra, poco importa se il Sole è una stella o un Buco nero. In soldoni, il campo gravitazionale del Sole sulla Terra è "debolissimo", e dunque possiamo tranquillamente considerare separatamente il contributo della curvatura del tempo (comunque non trascurabile, perché ricordiamo che nelle equazioni della Relatività il tempi sono sempre moltiplicati per la velocità della luce, che è enorme) dal contributo della curvatura dello spazio, che è praticamente trascurabile.

Adesso dobbiamo chiedere aiuto a due amici, e scegliamo Giulio e Adriano. Il secondo è nel campo gravitazionale del Sole, per l'appunto alla distanza della Terra, mentre il primo si trova lontanissimo, a più di un anno luce, dove la gravità del Sole è ormai praticamente nulla, e osserva Adriano con un potentissimo telescopio dell'ATA messo a disposizione nientemeno che da Luca Orrù in persona. Cosa vede Giulio? Ciò che è sintetizzato nel diagramma di Minkowski qui sotto.



Cerchiamo di spiegare. La massa solare (**M**) si trova lontanissima, sulla destra dell'asse orizzontale. Adriano è inizialmente nel punto **0** e, siccome gli abbiamo chiesto di restare fermo, lui non si muove. E qui entra in ballo la curvatura del tempo.

Dal punto di vista di Giulio, che non percepisce alcuna gravità, l'asse temporale "giusto" è $\mathbf{T_G}$. Dunque, a suo avviso, al passare dei secondi, Adriano dovrebbe restare fermo rispetto all'asse orizzontale, e muoversi verso l'alto lungo $\mathbf{T_G}$, raggiungendo via via le intersezioni di questo asse con le rette di uguale tempo 1, poi 2, 3, 4 e così via.

Ma, per Adriano, le cose non vanno a questo modo. Mentre gli assi spaziali (orizzontali) dei due amici sono identici, visto che la curvatura dello spazio è – come abbiamo già affermato prima – trascurabile, non altrettanto si può affermare per gli assi temporali. In particolare, l'asse dei tempi di Adriano è curvo, ed è rappresentato da $\mathbf{T_A}$. Per cui, al passare del tempo, pur cercando di restare fermo, Adriano si troverà via via nelle intersezioni tra le rette di tempo uguale 1, 2 eccetera, e il suo asse dei tempi $\mathbf{T_A}$. In sostanza, dopo un secondo, Adriano avrebbe percorso lo spazio **1**; dopo due secondi si troverebbe in **4**; dopo tre secondi in **9** e dopo quattro secondi in **16**. In pratica, si muoverebbe verso **M** malgrado ogni suo tentativo di restare immobile. E percorrerebbe spazi proporzionali al quadrato dei tempi trascorsi. A cosa vi fa pensare tutto ciò? A un'accelerazione costante, come trovato da Galileo e giustificato teoricamente da Newton.

Dunque, la curvatura del solo tempo simula esattamente la legge gravitazionale di Newton: due oggetti di massa $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ a distanza $\boldsymbol{R}$ si muovono "come se" tra loro esistesse una forza pari a

$$\boldsymbol{F = g \times M_1 \times M_2 / R^2}$$

Attenzione, nel disegno ho tracciato $\mathbf{T_A}$ come un segmento di parabola, perché dal punto di vista grafico si capisce meglio; secondo la Relatività, avrei dovuto tracciare un arco di cerchio. Ho provato, ma non sono riuscito a ottenere un disegno che sia altrettanto chiaro di quello con la parabola. In ogni caso, per qualsiasi curva "conica" i risultati matematici rimarrebbero uguali, e cioè gli spazi percorsi sarebbero proporzionali ai tempi al quadrato.

Abbiamo così scoperto che la legge di gravitazione di Newton è un'approssimazione della Relatività generale, che vale solo nel caso in cui la curvatura dello spazio sia insignificante, e conti solo quella del tempo. Più vicino al Sole, dove c'è anche un minimo di curvatura dello spazio, le leggi di Newton non valgono più in modo esatto, e ce ne accorgiamo – per esempio – dalla precessione del perielio di Mercurio.

Domanda: con la Relatività generale, ci siamo liberati sul serio della necessità di un elastico cosmico o qualcosa di questo tipo?