

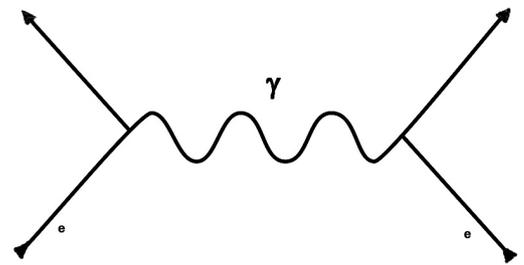
## L'interazione elettromagnetica II (23/11/2011)

Le equazioni di Maxwell contengono, un po' mascherata, anche la legge di Coulomb: se ci si trova alla presenza di due cariche elettriche  $q_1$  e  $q_2$  stazionarie o, comunque, in lento movimento l'una rispetto all'altra, tutti gli altri termini delle equazioni si annullano, e ricompare la semplicissima "legge di forza"

$$\mathbf{F} = \epsilon_0 q_1 q_2 / r^2$$

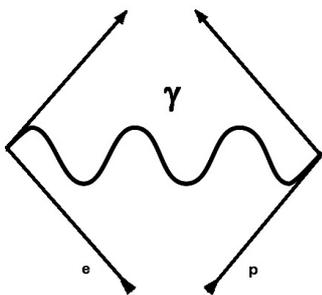
Già sappiamo che  $\epsilon_0$  è la costante dielettrica del vuoto, e che la forza è attrattiva se le due cariche sono di segno opposto, repulsiva se sono dello stesso segno. Come si traduce questa legge in termini di elettrodinamica quantistica? Bisogna introdurre le *particelle virtuali*. In particolare, il *principale* mediatore di forza tra particelle cariche è il fotone. Vedremo poi che, in particolari casi, può intervenire anche l'interazione debole, ma al momento non c'interessa.

Il metodo grafico – matematico per eseguire calcoli sulle interazioni è quello dei *diagrammi di Feynman*. Si disegna su uno schema a due dimensioni spazio – tempo il percorso di due particelle che interagiscono. L'esempio più tradizionale è quello di due elettroni, come nel caso del diagramma accanto. Cerchiamo di discuterlo in modo un po' approfondito. L'asse orizzontale è quello dello spazio, l'asse verticale rappresenta il tempo. Dal basso, a sinistra e a destra, arrivano due elettroni  $e$  (segmenti di retta) diretti l'uno verso l'altro. Quando sono abbastanza vicini, tra i due si genera un *fotone virtuale*  $\gamma$  (linea sinusoidale) che sottrae quantità di moto a uno dei due e la conferisce all'altro. In questo modo, i due elettroni subiscono ciascuno una spinta verso l'esterno, ed escono con direzioni divergenti.



Il problema, con questo tipo di *lettura del diagramma*, è che siamo tentati di pensare al fotone come a un pallone da calcio assolutamente *reale*. L'elettrone a sinistra, a un certo punto, dà il calcio verso destra al fotone – pallone  $e$ , di conseguenza, subisce un rinculo verso sinistra. Quando l'elettrone di destra riceve il fotone – pallone, nello stopparlo subisce una spinta verso destra e perciò cambia direzione anche lui. Se questa raffigurazione mentale fosse esatta, il fotone potrebbe benissimo essere *reale*. Allora, però, ci sarebbe uno *scambio di energia* (quella del fotone reale) tra i due elettroni, e questo non succede. Inoltre, non si capirebbe come può agire una forza *attrattiva* tra due cariche diverse, per

esempio un elettrone  $e$ , e un positrone  $p$ . Per questo, vediamo il secondo diagrammino qui accanto. In questo caso, è più evidente il motivo per cui l'attore principale deve essere il *fotone virtuale*, e non un *fotone reale*. Infatti, se le cariche sono opposte, il fotone sorge all'improvviso tra le due cariche (non è *sparato* da una all'altra), strappa un po' di quantità di moto all'elettrone a sinistra tirandolo verso destra, e *nello stesso istante* compensa la quantità di moto totale tirando verso sinistra il positrone. Di conseguenza, le due particelle che erano entrate con traiettorie divergenti, escono con traiettorie convergenti, proprio come se si fosse esercitata una forza attrattiva tra loro. Stavolta,



il concetto di fotone – pallone non si può applicare più; semmai ci viene in mente qualcosa come un fotone – molla. Ovviamente, questa non è la *prova assoluta* dell'esistenza di fotoni virtuali, perché si potrebbe comunque esercitare la dialettica e studiare un qualche processo poco attendibile, ma a questo punto tanto vale mettere in gioco l'esistenza di particelle virtuali.

Scriviamo il Principio d'Indeterminazione di Heisenberg (d'ora in poi: PdI, e vi prego di lasciare fuori acronimi politici) nelle due forme che conosciamo già da qualche tempo.

$$\Delta x \times m \Delta v \geq h/4\pi$$

$$\Delta E \times \Delta t \geq h/4\pi$$

Ripetiamo il significato fisico delle due formulette. La prima dice che, data una particella di massa  $m$ , esiste un'area d'incertezza nel suo piano "posizione - velocità", espressa da  $\Delta x \times \Delta v \geq h/4\pi m$ . Questo è il fondamento di tutta la MQ, poiché esplicita la *non esistenza* di caratteristiche fisiche precise per le particelle. La seconda formulazione del PdI, però, è più interessante per i nostri scopi.

Adesso, faremo un passaggio elementare, ricordando che, per un fotone, si può scrivere  $E = h\nu$  (la relazione trovata da Planck. Sostituiamola nel PdI, e otteniamo:  $\Delta\nu \times \Delta t \geq 1/4\pi$ . Cerchiamo di capire cosa significa. Che non posso conoscere la frequenza di un fotone se non lascio passare almeno il tempo necessario a misurarne un quarto d'onda, e cioè dallo zero al massimo del campo elettrico (o magnetico), finché il campo ricomincia a diminuire. Fissato un certo tempo, tutti i fotoni aventi frequenza *minore* del valore minimo, non potranno essere misurati. Siccome, poi, esiste una relazione inversa tra frequenza e lunghezza d'onda, ecco che tutti i fotoni aventi lunghezza d'onda *maggiore* del valore minimo non potranno essere misurati. Questa è un po' una forzatura concettuale del PdI ma, accettando una certa imprecisione di pensiero, è possibile *generare dal nulla* un fotone di lunghezza d'onda  $\lambda$ , purché questo viva *un tempo massimo*  $t$  non superiore a un certo valore. In questa linea di pensiero, se non c'è il tempo sufficiente a *misurare* l'energia del fotone, esso rimane *virtuale*.

Proviamo a mettere dei numeri. Per un tempo di misura di un secondo, saranno virtuali tutti i fotoni aventi  $\lambda$  superiore a oltre un milione di km. Infatti, con una lunghezza d'onda così enorme, in un secondo non riesce a passare davanti a un osservatore *fermo* un quarto d'onda.

Ecco, dunque, che questo mi fa capire perché la forza elettrostatica è a *lunga distanza*: prolungando arbitrariamente il tempo di misura, si possono scambiare fotoni virtuali di lunghezza d'onda qualsiasi i quali, pur avendo energie  $E = hc/\lambda$  molto piccole, e perciò modificando di quantità minime le traiettorie delle particelle cariche, si fanno comunque sentire a distanze enormi.

All'estremo opposto, per tempi di misura minimi, sarà possibile anche lo scambio di fotoni virtuali di piccola lunghezza d'onda. Di conseguenza, l'interazione elettrostatica tra particelle vicine le costringerà a modificare la loro traiettoria in modo consistente, proprio perché ci saranno scambi di fotoni virtuali aventi energia molto grande. Insomma, lavorando con i fotoni virtuali e i diagrammi di Feynman, alla fine si ritrova la legge di Coulomb. E attenzione: nel discorso precedente ho parlato indifferentemente di energia e di quantità di moto solo perché, per particelle di bassa velocità, la quantità di moto  $p = 2E/v$ , e perciò esse sono intercambiabili a meno di un fattore  $2/v$ , da considerare quando si fanno i conti.

Ovviamente, però, questo è solo l'inizio del gioco: la prossima volta approfondiremo il discorso sui diagrammi di Feynman, e su alcune regole fondamentali per il loro uso, dando per scontata l'esistenza di fotoni virtuali anche nel caso attrattivo. In genere useremo il caso repulsivo, perché è più semplice da disegnare.