

L'interazione elettromagnetica III (30/11/2011)

Se abbiamo capito il concetto di “diagramma di Feynman”, possiamo cominciare a utilizzarlo in pratica, così come si fa nel Modello Standard, per calcolare le traiettorie di due particelle cariche. Il metodo è quello della “somma sulle storie”, che ora cercherò d’illustrare.

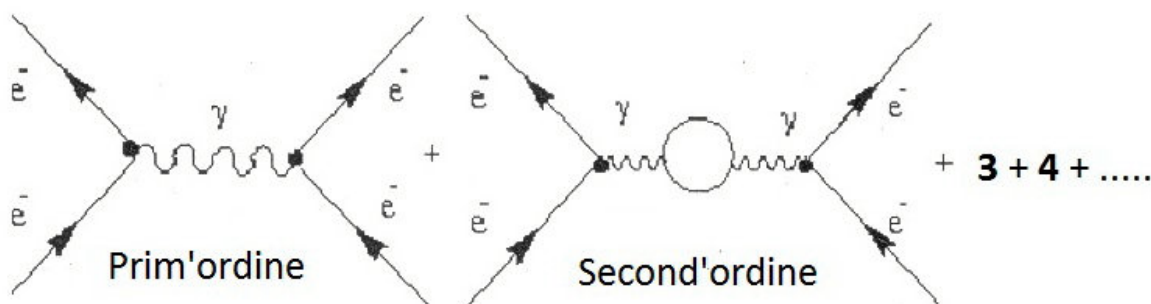
Si comincia a calcolare l’effetto dello scambio di fotoni virtuali (per esempio, per unità di tempo) quando le particelle sono ancora lontanissime, e si continua finché non si sono di nuovo allontanate abbastanza poiché, con le particelle lontane tra loro, saranno scambiati essenzialmente fotoni di bassa energia, e la perturbazione sul moto non sarà più percettibile. Già a questo punto, però, s’incontra il primo ostacolo concettuale. Siccome i fotoni virtuali sono bestiacce schifose, a loro sono consentite oscenità che nessun fotone reale per bene si permetterebbe come, per esempio, non propagarsi in linea retta, ma fare giri un po’ in tutte le direzioni, occupando l’intero spazio attorno alle particelle, e arrivando in teoria a distanza infinita, prima di essere scambiati. A parte che tutto ciò c’infastidisce in modo epidermico, ci chiediamo:

- 1) Se scambiamo infiniti fotoni, compresi quelli che girano intorno alle particelle come pare a loro, l’energia d’interazione non dovrà per forza essere infinita?
- 2) È proprio necessario considerare nel calcolo anche queste schifezze?

La risposta alla prima domanda è nascosta nella natura ondulatoria del fotone. Infatti, le onde si possono sommare, ma anche elidere, secondo la fase con la quale s’incontrano. Ora, senza neanche fare troppi conti, si dimostra matematicamente che un’altissima percentuale di questi fotoni virtuali vagabondi si elidono a vicenda, e la maggior parte del contributo è data dai fotoni virtuali che sono scambiati in linea retta. Alla seconda domanda si risponde dicendo che, purtroppo, se vogliamo ritrovare i risultati ottenibili dalle equazioni di Maxwell, occorre mettere in conto anche i fotoni che girano, perché la correzione da loro apportata, per quanto minima, serve a mettere tutto a posto e ritrovare la legge di Coulomb (per derivare quest’ultima dalle equazioni di Maxwell, vedi la pagina web: <http://people.bu.edu/wwildman/WeirdWildWeb/courses/sl/resources/physics/em/em01.htm>).

Sembra molto incasinato, vero? Purtroppo, è solo l’inizio. Per il momento ricordiamo la famosa costante α che rappresenta la natura intrinseca dell’interazione elettromagnetica: il suo valore numerico è $\alpha = 1/137$. Ebbene: ricordiamo pure questa regola. Ogni contributo allo scambio di fotoni virtuali, nel quale sia presente un solo fotone (per volta), va moltiplicato per $\alpha^2 \approx 5,3 \times 10^{-5}$. Ora ne sapete quanto ne so io, almeno fino a questo punto. Adesso aggiungo altre informazioni, che complicano il quadro.

Un fotone virtuale, anche di bassa energia, non ha difficoltà a commettere altre sconcezze. Per esempio, a un certo punto *pesca* energia dal vuoto, e crea una coppia elettrone + positrone (virtuali). Dopodiché, in tempi brevissimi, le due particelle si annichilano, e rispunta fuori lo stesso fotone di prima. È il processo illustrato nella figura qui sotto (second’ordine).



Ebbene, per ottenere la legge di Coulomb per mezzo dell’elettrodinamica quantistica, sarà necessario considerare tutto il possibile Kāma Sūtra di processi di second’ordine, nei quali, assieme al fotone virtuale, si generano altre particelle (magari altri fotoni che partono a un certo punto e si annullano in un altro, senza toccare le particelle) definiti “Di second’ordine” proprio perché il singolo fotone virtuale non esegue un percorso netto, ma fa qualcosa di esoterico nell’intermezzo. Questi diagrammi di

second'ordine vanno sommati a quelli di prim'ordine e, se ci pensate, sono molto più numerosi di quelli di prim'ordine. Per fortuna, il loro contributo va moltiplicato per $\alpha^2 \approx 2,8 \times 10^{-9}$. In sostanza, i diagrammi di second'ordine applicano solo una piccola correzione a quelli di prim'ordine. Perché? Perché si ha $\alpha \ll 1$ e dunque, anche se il numero di diagrammi possibili aumenta rapidamente all'aumentare dell'ordine (ce ne sono di terzo, quarto ... infinito ordine), ogni volta che passiamo all'ordine superiore, dobbiamo moltiplicare per un ulteriore α^2 , e quindi un coefficiente sempre più piccolo, per cui ogni ordine successivo conta sempre di meno. Al giorno d'oggi, per mezzo di computer di grande potenza è stato possibile calcolare il momento magnetico dell'elettrone fino all'ottavo ordine, e il risultato teorico è: 1,00115965218279, mentre quello sperimentale è 1,00115965218073. I due numeri cominciano a differire dalla dodicesima cifra decimale in poi, e proprio da questa differenza si cerca di calcolare il valore "esatto" di α .

Cos'abbiamo imparato? Che l'elettrodinamica quantistica è *relativamente* semplice, perché basta applicare regole non troppo difficili da imparare (esistono programmi per calcolare quanti diagrammi diversi possono esistere per ciascun ordine), e il risultato viene da sé. D'altronde, se ci pensiamo bene, dobbiamo trarne anche un'altra lezione: il modello mentale delle particelle virtuali non è da prendere come uno scherzo. Se fornisce i risultati esatti, accomodandosi per ogni possibile stramberia delle particelle virtuali (non solo *fotoni*, attenzione!), ma addirittura *richiedendo per principio* che le stramberie siano tenute in considerazione, vuol dire che deve esserci sotto qualcosa di fisico, anche se la natura precisa di questa realtà ci sfugge.

Ed ecco che arriviamo subito alla conclusione opposta. Il problema è nella serie di correzioni, apparentemente convergente, perché ogni termine successivo n della serie è moltiplicato per un numero (α^{2n}) che diminuisce sempre. Purtroppo, secondo alcune dimostrazioni matematiche (non da tutti condivise), quando si va a termini con un m molto grande (non so quanto), il numero di diagrammi possibili comincia ad aumentare più rapidamente di quanto diminuisca il suo coefficiente moltiplicativo α^{2m} . Vale a dire che, da quel valore di m in poi, ogni successivo coefficiente ricomincia ad aumentare e, alla fine, va all'infinito. Di conseguenza, la serie di Feynman sembra convergere all'inizio, e fornisce i risultati sperimentali corretti, ma già si sospetta che, proseguendo all'infinito a sommare altri termini, alla fine dovrebbe saltare tutto. Che cosa significa tutto ciò?

Una possibile spiegazione è che le particelle virtuali abbiano qualche corrispondenza con la realtà solo per i diagrammi più semplici. Quando si va a diagrammi troppo articolati e complicati, con milioni o miliardi di combinazioni possibili, il loro significato si perde, e quei diagrammi sono solo il risultato dell'applicazione, sulla carta, di regole delle quali non conosciamo la validità.

Ciò potrebbe essere particolarmente vero per la carica elettrica di ogni singola particella. Infatti, applicando le regole di Feynman all'interazione di un elettrone *con se stesso*, e poiché le energie delle particelle virtuali in gioco sono altissime dovendo i fotoni percorrere una distanza praticamente nulla, si trova immediatamente che la carica elettrica dell'elettrone è infinita. Di conseguenza, il gioco non funziona bene. Feynman risolse in modo molto pragmatico i casi di questo genere: quando i suoi diagrammi tendono all'infinito già per i primi ordini, al posto dell'infinito si sostituisce, molto semplicemente, il valore osservato sperimentalmente, e tutto va a posto. Negli anni successivi, è stato dimostrato che questi infiniti sono, in realtà, la somma di un infinito negativo e un infinito positivo, e ci sono motivi per pensare che questi due infiniti siano *uguali* a parte il segno, per cui potrebbe anche avere un senso cancellarli dal conto, giustificando così l'assunzione di Feynman. Questa è, però, una regione in cui il colabrodo – di precisione, perché abbiamo visto come preveda esattamente il momento magnetico dell'elettrone – sta perdendo liquami di provenienza molto dubbia.

E con questo, purtroppo, i salotti terminano per cause di forza maggiore. Magari, un giorno potranno riprendere, ma ora come ora non so né il se, né il quando. Auguriamoci ogni bene a vicenda.