GALILEO GALILEI E IL METODO SPERIMENTALE

La fisica moderna nasce con Galileo il quale, organizzando in modo sistematico e definitivo alcune intuizioni precedenti, e aggiungendone di nuove, stabilisce:

1. Il metodo sperimentale e la comprensione degli errori di misura
2. L'espressione in forma geometrica (matematica) dei risultati
3. Il principio d'inerzia (prima legge della dinamica)
4. Il principio di relatività (conseguenza del punto 3)

Cosa sia il metodo sperimentale è noto a tutti; perfino Aristotele lo utilizzava.

Ma in modo errato, non chiedendosi quali fossero tutti gli effetti che potevano influenzare l'esito di una misura e quali, invece, fossero gli aspetti che bisognava mettere in luce.
Esempio: secondo Aristotele, per mantenere in moto un oggetto è necessario applicargli una forza costante. Galileo si rende conto che l'attrito falsa le misure e, eliminandolo per quanto possibile, verifica che un corpo non soggetto a forze e in moto rettilineo uniforme non cambia velocità.

Da quanto scrive Leonardo, si evince che anche lui aveva chiaro il concetto e lo usava implicitamente, ma non lo scrisse mai in modo esplicito.

Questo è appunto il principio d'inerzia, che poi Newton formalizzerà nel **Primo Principio della Dinamica:**

"Un corpo mantiene il proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme finché non intervenga una forza esterna a modificarlo."

Riflettiamoci bene: niente forza esterna, niente VARIAZIONE dello stato moto di un corpo.
Ne consegue che muoversi di moto rettilineo uniforme vuol dire, in un certo senso, trovarsi "in quiete". Non si percepiscono forze.

Alternativamente, si può pensare a due "osservatori" che si muovano uno rispetto all'altro di moto rettilineo uniforme. Ciascuno "sa" di essere in quiete, e che è l'altro che si muove. Ma, rispetto a un terzo osservatore, possono essere in moto tutti e due.
Dunque, finché parliamo di moto rettilineo uniforme, è come se non esistesse un sistema di riferimento privilegiato. Uno vale l'altro.

Questo concetto è la base del principio di relatività secondo Galileo. Definiamo "inerziale" il moto rettilineo uniforme. Un osservatore in moto inerziale non ha alcuna possibilità di sapere se si muove o se sta fermo, a meno che non possa confrontarsi con un altro osservatore. Ma anche così, il massimo che può stabilire è che si muove di moto "relativo".
La vera e propria relatività è la conseguenza di quanto sopra: se non esiste un modo obiettivo di capire se ci si sta muovendo o no, e quindi non esiste alcun moto inerziale "assoluto", ogni osservatore inerziale, sperimentando le leggi della fisica, deve trovarle del tutto identiche a quelle che troverebbe un qualsiasi altro osservatore inerziale, anche se i due sono in moto (sempre inerziale) l'uno rispetto all'altro.

Una bellissimo pagina del **"Dialogo sopra i Massimi Sistemi"** esprime con estrema chiarezza questo concetto.

Galileo immagina di trovarsi nella stiva di una nave che si muova modo inerziale. Da come mette le cose, è intuitivo che qualsiasi esperimento (la goccia che cade verticale, i pesci nel recipiente pieno d'acqua che fanno la stessa fatica a nuotare in qualsiasi direzione, ecc.) fornisce un risultato che non è distinguibile da quello che si avrebbe avuto stando su terra ferma

Dopo Galileo, la fisica sperimentale non arrestò più il suo cammino. Pochi anni dopo la morte del maestro, Torricelli riuscì per la rima volta a produrre il vuoto col suo barometro a mercurio (i minatori avevano chiesto a Galileo perché non riuscissero a pompare acqua per più di dieci metri di altezza, e Galileo aveva affidato la soluzione l problema a Torricelli).

Il punto di svolta definitivo fu dato da Newton. Oggi parleremo della seconda legge della dinamica, e di quella della gravitazione. Una delle prossime volte dovremo introdurre il concetto di "calcolo differenziale", che risale proprio a Newton e Leibnitz.
La prima legge della dinamica l'abbiamo già vista: risale a Galileo ed è relativa al moto "inerziale".
Affrontiamo la seconda legge della dinamica: "Un corpo soggetto a una forza esterna accelera lungo la direzione della forza". In formula:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Incontriamo qui la grossa differenza tra il moto inerziale e quello accelerato. Infatti, mentre tutti i moti inerziali sono relativi l'uno all'altro, il moto accelerato è "assoluto". Basta pensarci un attimo per rendersi conto che, se un corpo accelera sotto l'azione di una forza, TUTTI gli osservatori inerziali misureranno per lui esattamente la stessa accelerazione, che è quindi assoluta.

Abbiamo anche detto che ogni osservatore inerziale, compiendo misure fisiche, troverà gli stessi risultati di qualsiasi altro osservatore inerziale. Dunque, non solo tutti misureranno la stessa accelerazione ma, sebbene sia meno intuitivo, anche la stessa massa per l'oggetto che accelera. Di conseguenza, tutti dedurranno la stessa forza! In questo senso, ogni moto accelerato è assoluto.

Prima di parlare della **"Forza"**, chiariamo un concetto relativo all'accelerazione. Spesso si pensa solo a moti rettilinei. Invece, qualsiasi variazione rispetto a un moto rettilineo uniforme comporta una forza e un'accelerazione.

Per esempio, se un oggetto si muove sempre alla stessa velocità intesa come intensità, ma cambia direzione, vuol dire che è soggetto a una forza, e che quindi accelera. Solo che, se la forza è sempre perpendicolare alla velocità, l'intensità' della velocità resterà sempre la stessa, ma la direzione cambierà.

D'ora in poi useremo un linguaggio più corretto. Diremo che la velocità, al contrario di altre quantità fisiche per le quali è necessario specificare solo l'ammontare (la massa, la temperatura ecc.) che prendono il nome di "scalari" (la posizione lungo la "scala di valori" ci dice tutto), è un "vettore", per cui bisogna specificare non solo l'ammontare, che prende il nome di "modulo", ma anche la direzione.

Anche la forza e l'accelerazione sono vettori; hanno cioè modulo e direzione. Dunque, la velocità di un oggetto sottoposto a una forza perpendicolare alla direzione di moto non cambierà in modulo, ma cambierà in direzione.

D'altra parte, noi siamo abituati alla "forza centrifuga". Viaggiando in auto a velocità costante, a ogni curva sentiamo una forza che ci spinge lateralmente. perché sentiamo la forza? perché l'auto cambia velocità, non come intensità ma come direzione, e quindi è soggetta all'accelerazione. Ora, come ogni forza determina un'accelerazione, ogni accelerazione determina una forza.

Da qui il concetto di "forza" in fisica; noi parliamo di forza ogni volta che vediamo un oggetto che accelera, o come modulo o come direzione o entrambi).

Ora pensiamo al moto della Terra attorno al Sole.

Sappiamo che è leggermente ellittico, ma approssimiamolo con una circonferenza.

Il modulo della velocità della Terra è costante; la sua direzione cambia continuamente. Vuol dire che sulla Terra si esercita una forza costante, perpendicolare alla sua velocità.

Attenzione: gli antichi che pensavano che il moto dei corpi celesti fosse dovuto alle spinte degli angeli, non si erano fatti sfuggire che l'angelo dovrebbe spingere la Terra **non da dietro ma in direzione del sole**

Conclusione: il Sole esercita sulla Terra una forza di attrazione, così come la Terra l'esercita sulla Luna ecc.

La forza di attrazione gravitazionale tra due masse M_1 e M_2 poste a distanza R:

$$F = G\frac{M_1 \cdot M_2}{R^2}$$

Qui ci fermiamo; la prossima volta vedremo perché, sulla terra, tutti gli oggetti cadono con la stessa accelerazione, indipendentemente dal loro peso (come aveva già capito Galileo col famoso esperimento, mai eseguito, della palla di cannone e quella di legno che cadono contemporaneamente dalla Torre di Pisa), e del terzo principio della dinamica, quello di azione e reazione.

LA MASSA E IL PESO

Il concetto di **"massa"** pare intuitivo, ma in realtà non è molto ben compreso. Infatti, è spontanea una certa confusione tra la "massa" di un oggetto, e il "peso" dello stesso oggetto. Vediamo anzitutto cos'è il peso. Ci troviamo sulla superficie terrestre e, come sappiamo, gli oggetti sono attratti verso il basso in modo che la loro accelerazione sia costante.

Risulta **a = 9,81 m/s*s**

Ciò vuol dire che, se lasciamo cadere un oggetto a partire da fermo, dopo un secondo la sua velocità sarà **9,81 m/s**. Dopo due secondi sarà 18,62 m/s (il doppio) e così via. Dunque, poiché l'accelerazione è la stessa per ogni oggetto, vuol dire che un oggetto "più grosso" sarà soggetto a una forza maggiore.

Definendo "**massa m**" come la "**quantità di materia**" contenuta in un corpo (senza ancora specificare meglio) , vediamo che

$$\vec{a} = \vec{F}/m$$

quindi deve essere **F** proporzionale a **m**. In effetti, come abbiamo già visto, la forza di gravità esercitata dalla Terra su una massa **m** è pari a

$$|F| = G\frac{M \cdot m}{R^2}$$

dove **M** è la massa terrestre e **R** il suo raggio, mentre **G** è la costante di gravitazione universale. Quindi è vero che la forza di gravità è proporzionale alla massa dell'oggetto.

L'equivoco sorge perché, a volte, usiamo la stessa definizione (apparentemente) sia per la forza di attrazione che per la massa.

Il chilogrammo.

Ora bisogna chiarire subito: ci sono due tipi diversi di chilogrammo:

- **il chilogrammo-massa e il chilogrammo-peso.**

Il primo è una misura di massa, il secondo è una misura di forza (nei casi più ordinari, di attrazione gravitazionale).

La complicazione è di tipo "storico". Infatti, sulla superficie terrestre, con quale forza viene attratto un chilogrammo-massa? Con la forza di un chilogrammo-peso.

Per chiarire l'equivoco, bisogna distinguere tra due diversi tipi di bilancia. Quella a molla e quella a contrappeso.

La bilancia a molla è una molla verticale, con un indice alla fine, e una scala graduata lungo la quale scorre l'indice. In fondo, poi, c' è un gancio al quale si possono appendere gli oggetti da pesare.

Questo tipo di bilancia, detto "dinamometro", è lo strumento fondamentale del fisico. Esso misura direttamente le forze applicate al gancio, e ne fornisce una misura "assoluta".

Infatti, si basa sulle proprietà elastiche della molla d'acciaio, e tali proprietà rimangono le stesse in ogni luogo, e per ogni campo gravitazionale.

L'altro tipo di bilancia, molto più usato in pratica, è quella "a contrappeso". Pensiamo alla bilancina di precisione dell'orefice. Essa ha due piatti: su uno appoggiamo l'oggetto che vogliamo pesare, sull'altro deponiamo uno dopo l'altro dei "pesi campione"', finché la bilancia non sia in equilibrio.

La grande maggioranza delle bilance commerciali è basata su principii analoghi, anche se non vediamo materialmente i pesi campione. Supponiamo dunque di attaccare al dinamometro un chilogrammo-massa.

Quanto sarà il risultato della pesata? Ovviamente un chilogrammo-peso.

Attenzione: abbiamo misurato la **forza**, non la **massa**.

Ripetiamo la stessa operazione con una bilancia a contrappeso. Poniamo 1 chilogrammo-massa su un piatto e leggiamo l'indice della bilancia.

Risposta: un chilogrammo-peso.

Allora le due cose coincidono? Sì, ma solo sulla superficie terrestre.

Prendiamo il chilogrammo-massa, il dinamometro e la bilancia a contrappeso che, d'ora in poi, definiremo solo "bilancia" e basta, e portiamo il tutto sulla superficie della Luna. Sappiamo che la forza di attrazione lunare è solo 1/6 di quella terrestre.
Attacchiamo il chilogrammo-massa al dinamometro. Siccome questo strumento misura le forze, e dato che la forza di attrazione lunare è quello che è, quanto misurerà il dinamometro? 1/6 di chilogrammo-peso.

Ovvio, no?

Adesso poniamo il chilogrammo-massa sulla bilancia. Quanto segnerà l'indice? Continuerà a segnare 1 chilogrammo-peso.

Sbagliando, peraltro.

perché sbaglia? Perché il chilogrammo-massa viene attirato dalla Luna con una forza minore, che è solo 1/6 di quanto avverrebbe sulla Terra, anche il contrappeso interno (o i pesi campione, se si preferisce) sono attirati con una forza che è solo 1/6, quindi la bilancia, piuttosto che misurare la forza peso, misura il rapporto tra le forze peso dell'oggetto pesato e del contrappeso.

Spostando la bilancia in campi gravitazionali diversi, il rapporto rimane costante!
Allora, ecco che abbiamo capito una cosa: il dinamometro, misurando il valore assoluto della forza, misura il peso vero e proprio. La bilancia, invece, misurando il rapporto tra due pesi, cosa finisce per misurare? La massa!

Infatti, sia sulla Terra che sulla Luna, la bilancia dirà che l'oggetto che vi abbiamo posato sopra pesa un chilogrammo. E' solo una piccola bugia; quello che la bilancia vorrebbe dire veramente è che la **massa** dell'oggetto è di un chilogrammo (massa).

Dunque, attenzione alla differenza tra massa e peso.

La massa, intesa come quantità di materia, rimane la stessa dovunque; il peso dipende dalla forza di attrazione, e varia di luogo in luogo. Lontanissimo da qualsiasi corpo celeste, il peso va a zero.

Quindi, qual è la quantità fisica che compare nelle formule che abbiamo visto finora (gravita , accelerazione ecc)? E' la massa.

Immaginiamo dunque di trovarci nello spazio lontanissimo, dove la gravità è quasi nulla Supponendo di disporre di un punto di appoggio fisso (come quello di cui parlava Archimede), saremmo in grado di spostare un pianetino con le nostre sole forze?
La risposta è affermativa; tutto sta a vedere di quanto lo vogliamo spostare, e in quanto tempo.

Infatti, per quanto grande sia la massa del pianetino, e per quanto debole la forza delle nostre braccia, spingendo anche solo per un secondo potremo comunque imprimergli un'accelerazione che, dopo il secondo di spinta, gli avrà impartito una velocità, anche se piccolissima. Dunque, basterà aspettare abbastanza, e il pianetino si sposterà di quanto vogliamo.

Perché sulla Terra non riusciamo invece a spostare un oggetto che pesi una tonnellata?

Perché la forza peso lo tiene a contatto col suolo, e tra l'oggetto e il suolo si esercita una forza di attrito che supera di molto la nostra forza muscolare. Dunque, anche se lo spingiamo con tutte le forze, la forza complessiva (nostra più attrito che agisce in senso opposto) è nulla, e l'oggetto non si muove.

Ma torniamo alla massa. Per il momento, abbiamo scoperto che è una quantità che non varia. In ogni regione dell'universo, la massa di un oggetto rimane la stessa. Varia invece il suo peso. Abbiamo definito la massa come **"quantità di materia".**

Poiché sappiamo che la materia è composta da particelle elementari, potremmo dire che la massa di un oggetto è la somma delle masse delle sue particelle elementari. Ma abbiamo solo spostato il problema.

Possiamo avvicinarci un pò di più al significato di **"massa"** se la consideriamo come una **"carica"**. Così come esiste una carica elettrica, e determina la risposta degli oggetti carichi a un campo elettrico, la massa è per noi, almeno in prima approssimazione, la **"carica gravitazionale"** che determina quanto un oggetto risponde a un campo gravitazionale.

Più avanti, parlando della Relatività (specialmente quella Generale) chiariremo meglio questo concetto.

ENERGIA "IN POTENZA E IN ATTO"

Abbiamo parlato spesso di energia, ma bisogna definire questo termine in modo formale. Infatti, nel linguaggio comune esistono diverse locuzioni che tirano in ballo l'energia, ma di solito con una certa ambiguità di significato.

Torniamo al concetto di **"Forza"** definito qualche lezione fa. Ricordiamo che una forza F, applicata a un oggetto di massa M, lo fa accelerare con una accelerazione diretta come la forza, e di ammontare

$$\overline{a} = \overline{F} / M$$

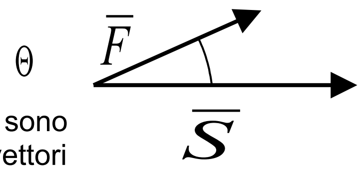
dove le barrette sui simboli stanno a indicare che si tratta di **"Vettori"**, per i quali non basta specificare la quantità, ma anche il punto di applicazione, la direzione e il verso. Supponiamo dunque che, sotto l'azione di una Forza F, un oggetto percorra una distanza S. Anche la distanza è, ovviamente,vettoriale.

Diremo che la Forza F ha compiuto un lavoro (nuova quantità fisica)

$$L = \overline{F} \cdot \overline{S}$$

Attenzione: il Lavoro è una quantità scalare malgrado sia il prodotto a due vettori. Infatti, questo tipo di prodotto si chiama proprio "Prodotto Scalare". Si può scrivere anche come:

$$L = |F| \cdot |S| \cdot \cos\Theta$$



Dove l'angolo Θ è quello tra i due vettori. Dunque, se i due vettori sono paralleli Θ ***= 0***, ***cosΘ = 1*** e quindi ***L = F * S***. Se invece i due vettori sono perpendicolari ***Θ= 90*** gradi, ***cosΘ = 0*** *e* ***L = 0***.

Il prodotto tra vettori indicato con un punto è sempre da intendersi **"Prodotto Scalare"**. Quando invece c'è il segno di moltiplicazione **x** le cose sono più complicate, e si parla di "Prodotto Vettoriale" che definiremo un'altra volta.

Dunque, ripensandoci bene, il Lavoro è compiuto da quella "frazione di forza che AUMENTA o DIMINUISCE la velocità dell'oggetto". Invece, l' azione di Forza che si limita a DEVIARE la velocità dell'oggetto" non compie Lavoro.

Per capire bene questo, domandiamoci quanto lavoro esegue la forza gravitazionale del Sole su un pianeta che ruota di orbita circolare. Siccome la forza è sempre perpendicolare al moto, e quindi ***Θ = 0***, anche il Lavoro compiuto è nullo.

Quando trasportiamo una valigia lungo un percorso piano, quanto Lavoro compiamo? **Zero**. O, per meglio dire, compiamo solo il lavoro necessario a vincere le forze di attrito. Come già comprese Galileo, se la valigia si potesse muovere in piano senza attrito col suolo, basterebbe una spinta infinitesima per impartirle una velocità che, seppure infinitesima, le consentirebbe di percorrere (in un tempo infinito) un distanza infinita.

Se invece portiamo una valigia su per una scala, il Lavoro che eseguiamo è diverso da zero. Infatti, mentre saliamo il gradino, applichiamo la forza nella stessa Direzione in cui si sta muovendo la valigia (verso l'alto).

Abbiamo dunque compiuto un lavoro. Cosa è cambiato, tra prima e dopo?

E' CAMBIATO CHE LA VALIGIA HA ACQUISTATO ENERGIA!

Cerchiamo di capire bene. Supponiamo di voler eliminare fisicamente un amico personale. George Bush va bene? Se sì, andiamo avanti. Supponiamo anche di disporre di un'incudine, e che il nostro nemico si trovi fermo in strada, vicino al muro di un edificio.
Appoggiargli l'incudine sulla testa non gli farebbe bene, ma forse non sarebbe sufficiente per raggiungere lo scopo che ci prefiggiamo. Una strategia più intelligente sarebbe quella di portare l'incudine fino al quinto piano, e lasciargliela cadere sul cranio.
Forse, con Bush, neppure questo sarebbe sufficiente. Magari aprirebbe l'ombrello pensando che piova. Ma, con un essere umano medio, dovrebbe bastare.
Cosa succede all'incudine mentre cade? Accelera. E, quando arriva a terra, la sua velocità sarà attorno a 50 km/h (conoscendo ormai il calcolo differenziale e integrale, e le leggi della dinamica, potremmo calcolarla esattamente, ma in questo momento ci interessa più arrivare al concetto di Energia) .

Se definiamo genericamente ***V*** la sua velocità, ***M*** la sua massa, diremo che la sua ENERGIA CINETICA (o di movimento) è pari a

$$E_{Kin} = \frac{1}{2} M V^2$$

Ma chi ha dato all'incudine questa Energia? Noi, compiendo su di essa un lavoro L mentre la trasportavamo su per le scale. In particolare, un istante prima di cominciare a cadere, l'incudine aveva acquistato ENERGIA POTENZIALE rispetto al suolo.

$$E_{Pot} = L$$

Dunque, compiendo un Lavoro contro una forza qualsiasi (per esempio contro una molla, se ci spostiamo in orizzontale e quindi non lavoriamo sulla forza di gravità) , "carichiamo" l'oggetto su cui esercitiamo una forza di una ENERGIA POTENZIALE rispetto al campo di forza utilizzato. Poi, rilasciando il corpo, l'ENERGIA POTENZIALE si trasforma ENERGIA CINETICA.

In questo senso, LAVORO, ENERGIA POTENZIALE ed ENERGIA CINETICA si potrebbero considerare tre diverse manifestazioni di un'unica realtà fisica. Il fatto che l'energia cinetica sia proporzionale al quadrato della velocità, è il motivo per cui, su autostrada, le distanze necessarie a frenare aumentano più in fretta della velocità, appunto col suo quadrato.

Cosa succede all'energia cinetica dell'auto quando freniamo?

L'attrito fra le gomme e il suolo esercita la vera e propria forza di frenamento,
L'energia cinetica si converte in calore, cioè ENERGIA TERMICA, del suolo e delle gomme stesse.

Si tratta di Energia Cinetica "disordinata", atomi e molecole che accelerano.

Dunque, anche il calore è una forma di Energia.

Da quanto abbiamo detto, concludiamo che ogni volta che esiste un campo di forze (gravitazionale, elettrica, nucleare forte ecc.), un oggetto sensibile a quella forza avrà anche una Energia Potenziale rispetto a quel campo.

Gli acceleratori di particelle funzionano proprio a questo modo: un campo elettrico trasforma l'Energia Potenziale di una particella carica in Energia Cinetica, accelerandola fin quasi alla velocità della luce.

Altro esempio: una bomba. L'esplosivo ha dell'Energia Potenziale di tipo chimico immagazzinata nelle sue molecole. Quando scoppia il detonatore, l'Energia chimica si libera trasformando le molecole di solido o liquido in un gas caldissimo il quale, premendo contro le pareti dell'involucro, lo fa esplodere e impartisce Energia Cinetica ai frammenti.
Ultima precisazione, tornando all'incudine: se diciamo che la sua Energia Potenziale rispetto al suolo è zero, e calcoliamo di conseguenza la sua Energia Potenziale quando la trasportiamo in alto, può venire in mente una domanda.

Se dovessimo prendere l'incudine in cantina e trascinarla per prima cosa a pian terreno (e cioè al livello del suolo), già avremmo dovuto eseguire del Lavoro. Ma allora, se l'Energia Potenziale dell'incudine è zero al pianterreno, quant' era nel momento in cui l'incudine era ancora in cantina?

Semplice: era minore di zero (negativa) .

Infatti, l'Energia Potenziale è sempre definita rispetto a un certo punto nello spazio, e rispetto a quel punto può essere sia positiva che negativa. Tanto, quando la liberiamo, conta la DIFFERENZA DI ENERGIA POTENZIALE tra il punto di partenza e quello di arrivo. Definirla negativa o positiva significa semplicemente definire arbitrariamente il punto a cui le assegniamo il valore **zero**.

Ma anche per l'ENERGIA CINETICA vale la stessa cosa? Sappiamo infatti che le velocità sono sempre RELATIVE. Se un oggetto si muove verso di me con velocità V, la sua Energia Cinetica nei miei confronti sarà positiva, e in genere farei meglio a spostarmi. Ma se io mi allontano dall'oggetto a velocità V' ancora maggiore, allora l'Energia Cinetica di quell'oggetto sarà NEGATIVA rispetto a me. Infatti, per portarlo alla velocità V' (e cioè fermo rispetto a me), dovrei accelerarlo, e cioè spenderci del lavoro sopra.
Abbiamo capito, dunque, cos'è l'Energia, nelle sue varie forme?

Quella potenziale c'è ma non si vede; quella cinetica c'è e si vede, quella termica c'è e si sente. Più in generale, a ogni "campo di forze" possiamo associare una **"Energia Potenziale".**

IL CALCOLO INFINITESIMALE

Prendiamo qualche formula semplice e ragioniamoci sopra.

Se un oggetto viaggia a velocità costante (es: 100 km/h), quanto spazio percorrerà in un certo tempo T? Basta moltiplicare la velocità per il tempo, ed ecco lo spazio percorso.

In due ore 200 km, in 5 ore 500 km. Ritorniamo all'accelerazione di gravità.

Se io lascio cadere un corpo, questo accelera verso terra. Dopo un secondo, la sua velocità sarà circa 10 m/s. Dopo due secondi circa 20 m/s e così via.
Domanda: come faccio a calcolare quanto spazio ha percorso il corpo dopo un certo numero di secondi, visto che la sua velocità non è costante, ma cambia istante per istante? Non basta più moltiplicare la velocità per il tempo.

Questo problema se lo era già posto Galileo, e lo aveva risolto con un metodo geometrico. Newton iniziò allo stesso modo, ma presto si rese conto che occorreva un criterio più generale, che trattasse ogni possibile caso in cui si abbia a che fare con quantità variabili sia nel tempo che nello spazio. Inventò così il "calcolo infinitesimale" più o meno nella stessa epoca in cui lo stava inventando anche Leibnitz. Lite furibonda per la priorità della scoperta.
Vediamo su che si basa quello che, più modernamente, viene definito "Calcolo Differenziale". Lo dice il nome stesso: su differenze. Prendiamo sempre la velocità come esempio. Sappiamo che essa rappresenta il rapporto tra lo spazio percorso e il tempo impiegato a percorrerlo. V = S/T (usiamo per comodità le maiuscole)
partendo da Milano alle 8 di mattina, e sapendo che Napoli dista 750 km, l'auto giunge a Napoli alle ore 13. Bisogna informarne la Polizia stradale? Sì, perché la sua velocità media è stata 750/5=150 km/h.

Supponiamo invece che l'auto giunga a Napoli alle 15.30. Dunque, la sua velocità è stata 750/7.5=100 km/h. Possiamo escludere con certezza che la Stradale debba intervenire? No! Infatti, noi abbiamo calcolato solo la velocità MEDIA. Nessuno ci assicura che, in un certo momento, l'auto sia andata molto più veloce i limiti consentiti, e che magari sia poi stata ferma per un certo tempo, in modo che la media sia 100 km/h.
Dunque, a cosa è interessata la Stradale? Alla velocità media? No di certo; è interessata alla "VELOCITA' ISTANTANEA".

Come si calcola la velocità istantanea? Anziché prendere distanze e tempi totali, si prendono parziali. Domanda: che distanza ha percorso auto tra le 12.00 e le 12.06? Risposta: 14 km. A che velocità media andava perciò? Considerando che in 1/10 di ora ha percorso 14 km, vuol dire che andava a 140 km/h. Ma 6 minuti sono molti. Si può accelerare, rallentare, fermarsi e ripartire e così via. Tanto vero che abbiamo parlato di nuovo di velocità media. Come si calcola la velocità istantanea?

Ragioniamo in questo modo: scegliamo un intervallo di tempo piccolo (per ora non importa quanto) che chiameremo **LT**, e misuriamo lo spazio **DS** percorso dall'auto.

E per favore teniamo fuori la politica, per due motivi:

1. primo è che io non ne posso più

2. il secondo è che, tra un attimo, faremo tendere DS a zero. Magari io posso essere contento, ma Emilio no, e allora cerchiamo di non fare dispetti a nessuno.

Torniamo alla velocità: quale sarà il suo valore medio nell'intervallo tempo **DT**? Semplice: ***V=DS/DT***.

Ora, cominciamo a ridurre il valore di **DT**. In corrispondenza si ridurrà anche **DS**, ma il loro rapporto continuerà a essere un numero finito: la velocità media nell'intervallino di tempo **DT** sempre più piccolo.

Adesso facciamo tendere a zero **DT**. Lo facciamo in questo modo: Fissato il tempo **T**, vogliamo conoscere la velocità **V** dell'auto proprio all'istante **T**. Allora prendiamo un intervallino infinitesimo di tempo (stavolta scritto con la **d** minuscola proprio per ricordare che si tratta di un intervallo piccolo a piacere) centrato attorno a **T**. Durante **dT**, l'auto avrà percorso uno spazio infinitesimo **dS**. Ebbene: ***V(T) = dS/dT***

Si legge: "la velocità **V** all'istante qualsiasi **T** è uguale al rapporto fra lo spazio infinitesimo **dS** percorso, e il tempo infinitesimo **dT** impiegato a percorrerlo", se **dT** è centrato attorno a **T**.

Ora, qualcuno può dire: scrivere il rapporto tra due infinitesimi è come scrivere 0/0, che non ha alcun significato. Non è vero. Ammetto che l'infinitesimo possa rappresentare un'astrazione matematica, ma anche se il suo valore tende a zero, non è zero.

E quindi, il rapporto tra i due infinitesimi mantiene un valore finito.

Per stasera ci fermiamo su questo concetto, perché dobbiamo digerirlo bene; la prossima volta andremo avanti e scriveremo addirittura una **EQUAZIONE DIFFERENZIALE** per capire cos'è e a che serve.

ALCUNE BASI DI MATEMATICA - I NUMERI COMPLESSI

Galileo formulò definitivamente il principio secondo il quale i risultati sperimentali debbono essere espressi in forma geometrica e matematica. Cartesio sviluppò molto la rappresentazione grafica nel “Piano Cartesiano”. Newton fornì le prime equazioni basandosi su metodi essenzialmente geometrici, ma si rese presto conto che alla matematica mancavano diversi strumenti per poter utilizzare sia i Principii della dinamica che la Legge di Gravitazione Universale. Si dette pertanto a svilupparli lui stesso, e li vedremo una prossima volta.

Quest’oggi ricapitoleremo quel che avevamo fino a Newton:

Le quattro operazioni
La geometria euclidea

poi:

Radici quadrate, cubiche ecc.
Trigonometria elementare.
Trattazione elementare dei numeri complessi

La trigonometria può intendersi come un caso particolare della geometria.

Le radici sono un caso particolare della divisione.

I numeri complessi - che ora vedremo - sono un caso particolare delle radici, sviluppato per risolvere le equazioni algebriche di grado superiore al primo.

Dunque, alla base di tutto ci sono sempre le quattro operazioni e la geometria.

Esempi di equazioni algebriche, in cui a, b, c ecc: sono numeri qualsiasi, conosciuti, e x è la soluzione (sconosciuta) dell’equazione

di primo grado: $ax + b = 0$

secondo grado: $ax^2 + bx + c = 0$

terzo grado: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

eccetera

La soluzione dell’equazione di primo grado è, ovviamente

$$x = -\frac{b}{a}$$

per l’equazione di secondo grado, si hanno due soluzioni:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si hanno tre soluzioni, sempre più complicate, per equazioni di terzo grado ecc. Ma ci bastano le soluzione a quella di secondo grado per comprendere qualcosa.

La quantità sotto radice quadrata:

$$b^2 - 4ac$$

si chiama determinante e, chiaramente, può essere sia positiva che negativa. Ma nella normale aritmetica, non esistono soluzioni a radici quadrate negative. Chi ne fornì per primo una trattazione consistente fu Girolamo Cardano e, per far questo, fu costretto a inventare i "numeri Immaginari"**.**

Solo per farci le idee di base, definiamo perciò la seguente quantità:

$i^2 = -1$ da cui, in modo MOLTO IMPROPRIO, $i = \sqrt{-1}$

in base a questo nuovo "numero", chiamato **unità immaginaria",** possiamo esprimere la radice di qualsiasi numero negativo:

$$\sqrt{-a} = i\sqrt{a}$$

cosa sarà quindi un numero "complesso"? Un numero in cui una parte è reale" (e cioè i numeri che siamo abituati a considerare finora) e una parte è "immaginaria**".**

Numero complesso = *a + iz*

dove sia **a** che **z** sono numeri reali, positivi o negativi, e **i** rappresenta di nuovo l'unità immaginaria.

Si può dimostrare che la soluzione a qualsiasi equazione algebrica, non importa di quale grado, esiste sempre, ed è un numero complesso. Dunque, con i numeri complessi, la matematica delle quattro operazioni e delle equazioni algebriche è completa. Ovviamente, se nella formula precedente si ha z=0, il numero complesso si riduce a un numero reale, mentre se è a = 0 abbiamo un immaginario puro.

Per non farsi confondere dai numeri complessi, è utile usare il cosiddetto "piano complesso". Si tratta di un diagramma in cui i numeri reali vengono riportanti sull'asse delle ascisse, e i numeri immaginari su quello delle ordinate.

In questo modo, qualsiasi numero complesso corrisponde a un punto del piano, e la trattazione dei numeri complessi si riduce a pura e semplice geometria.

Per esempio, la "distanza" tra due numeri complessi non è semplicemente la loro differenza, ma si ottiene col Teorema di Pitagora, ecc.

Resta comunque il fatto che, a parte casi particolarissimi di cui parleremo solo se e quando li incontreremo, le quantità fisiche debbono essere espresse da numeri “reali”. Dunque, malgrado sia facile maneggiare i numeri complessi per mezzo dell’ordinaria aritmetica e geometria, se un fenomeno fisico è descritto da un’equazione algebrica
di terzo grado, e delle sue tre soluzioni solo una è reale mentre le altre due sono complesse, si assume come ovvio che l’unica soluzione “vera” dal punto di vista fisico sia quella reale.

Vediamo un attimo perché non è strettamente vero che i = -1

$$+1 = 1 * 1 = \sqrt{1} * \sqrt{1} = \sqrt{-1} * \sqrt{-1} = i * i = i^2 = -1$$

che, ovviamente, è sbagliato. Dov’è’ il trucco? Nel fatto che, se guardiamo il piano complesso, ci rendiamo conto che per “passare” da +1 a -1 dobbiamo “ruotare” di 90 gradi. Dunque, nei passaggi sopra, sono omesse tutte le “rotazioni”.

Se le avessimo incluse, avremmo trovato che +1 = -1 ruotato di 180 gradi, e cioè +1 = +1
Ricordiamo dunque: i numeri complessi si manipolano con l’aritmetica E CON LA GEOMETRIA!

SPAZIO, ULTIMA FRONTIERA

Abbiamo parlato di forze, energie, accelerazioni ecc., sempre facendo riferimento a tre categorie fondamentali: spazio, tempo e massa.

Per molti filosofi, la nostra comprensione dei concetti di spazio e tempo è innata; per quanto riguarda la massa, invece, le cose non sono così semplici.

L'altra considerazione importante è che, alla fin fine, ogni nostra misura fisica è riducibile a una misura di posizioni nello spazio. Non solo se stiamo misurando una lunghezza, ma anche per altre quantità. Infatti osserviamo la posizione di una lancetta sulla scala di un apparecchio, o le posizioni dei "led" illuminati su un display digitale.

Per oggi ci occuperemo dunque dello spazio, lasciando la discussione di tempo e massa a un altro momento. Vogliamo capire se il modello mentale intuitivo che abbiamo dello spazio corrisponde al concetto di "Spazio" utilizzato dalla fisica.

In prima approssimazione, questo dev'essere senz'altro vero. Fino alla fine dell'800 i fisici hanno descritto ogni fenomeno conosciuto in termini di un concetto di spazio che ci risulta immediatamente intuitivo.

Sappiamo però che, a partire dall'esperimento di Michelson sulla varianza della velocità della luce, è cominciato a nascere qualche problema. Dapprima Lorentz in modo un po' involuto, e poi Einstein in maniera più definitiva, sono giunti alla conclusione che lo "Spazio" è qualcosa di diverso da come tendiamo a pensarlo.

Iniziamo il nostro percorso ragionando ancora in termini ottocenteschi. Lo spazio è solo un contenitore passivo, ovviamente necessario affinché si possano verificare eventi, ma che non partecipa agli eventi stessi.

Poniamoci lo stesso problema che si era posto Newton: tra due corpi celesti esiste solo spazio vuoto. Come fanno questi due corpi a esercitare tra loro forza gravitazionale, se non c'è nessun mezzo fisico che possa veicolare la forza?

Il problema divenne ancora più pressante dopo il chiarimento definitivo, a opera di Maxwell (circa 1875) delle leggi che regolano l'elettromagnetismo. Pure in questo caso si esercitano forze a distanza, non c'è nessun "mezzo" che permetta il transito di una azione fisica specifica.

La prima risposta era venuta da Faraday. Prendendo polvere di ferro, distribuendola su un cartoncino, e ponendo al di sotto una calamita, la polvere si distribuisce lungo linee curve che uniscono i due poli. Faraday pensò che queste linee corrispondessero a una "qualità" fisica ben precisa: le "linee di forza del campo".

Dunque, un oggetto che esercita una qualsiasi forza a distanza (gravitazionale, elettrica ecc.) genera un "Campo di forze", ovvero riempie lo spazio circostante di "linee di forza", che sono i veri e propri vettori della forza a distanza.

Usando questo modello, lo spazio è ancora "passivo". si limita a far transitare al suo interno le linee di forza, anche se quest'ultimo concetto rimane un pò vago. Come descrivere qualitativamente una linea di forza? D'altra parte, gli allineamenti osservati nel caso magnetico sono molto suggestivi, e portarono molti fisici a ritenere del tutto "reali" queste linee di forza. Infatti, Maxwell se ne servì anche come strumento matematico, ottenendo un completo successo.

In verità, il problema non era risolto. Era solo spostato. Introdurre il concetto di campo di forze per risolvere il problema di Newton, era un pò come dare un nome scientifico a una malattia di cui non si riesce a capire l'origine. Il paziente muore lo stesso, ma almeno ha la soddisfazione di sapere di cosa muore.

In altri termini, la domanda: "Come fa una forza a trasmettersi nello spazio vuoto?" veniva trasformata nella domanda: "Di che sono fatte le linee di forza?".

Le cose stavano a questo modo quando, nel 1905, Einstein dimostrò una volta per tutte che lo "Spazio" della fisica non è semplicemente un **"vuoto"** all'interno del quale hanno luogo i fenomeni. Quanto meno, secondo la Teoria della Relatività Ristretta (o Speciale), lo Spazio (l'ultima volta che lo scriveremo con la S maiuscola) possiede una sua "struttura" di qualche genere, e i fenomeni fisici interagiscono con questa struttura.

Riprenderemo un'altra volta, con più calma e dettaglio, la Relatività stretta. Per il momento serviamoci solo di una delle sue conseguenze più note: la cosiddetta "contrazione di Lorentz" .

Pensiamo a uno spazio a una sola dimensione: una retta tracciata in colore nero. Su questa retta evidenziamo un certo numero di punti in colore rosso (in teoria infiniti) a intervalli costanti.

Diremo che la "distanza spaziale" tra due punti qualsiasi A e B (magari colorati in verde) si misura contando quanti punti rossi ci sono tra A e B.

La Relatività afferma che, se due persone percorrono questa retta a velocità diverse, il numero di punti colorati che contano tra A e B è diverso. Dunque, MISURANO DISTANZE DIVERSE. La cosa più semplice è pensare che A e B siano "fissi", e che la retta che rappresenta la dimensione lunghezza sia "elastica".

Quindi, tanto per cominciare, lo spazio della fisica non coincide con la categoria "a priori" di Kant. Inoltre dobbiamo accettare che lo spazio non sia un semplice palcoscenico vuoto e passivo, ma che possieda una qualche "struttura" fisica. Questo e il punto più difficile e più importante da capire: lo spazio in quanto tale gia possiede struttura per conto suo.

Come conseguenza, dobbiamo almeno rivedere il nostro concetto di "vuoto". Se prima potevamo identificare spazio e vuoto, e vuoto e "nulla" (almeno a coppie) , ora che sappiamo che lo spazio ha struttura non possiamo più pensarlo sinonimo (o equivalente in un qualsiasi modo) a "nulla".

Il concetto di spazio come struttura, che può non solo essere passiva ma anche attiva nello svolgimento dei fenomeni fisici (e quindi, almeno potenzialmente, è in grado di risolvere il problema posto da Newton, e aggirato per mezzo dei campi di forza), è il concetto con cui ci lasciamo per oggi.