Il metodo assiomatico di Peano (16/11/05)

Si parte da tre "***nozioni comuni***" che vengono considerate intuitive:

a) Il concetto di "***Zero***" (0) in quanto "assenza"

b) Il concetto di "***Numero naturale***" associato alla "quantità"

c) Il concetto di "***Successivo***"

Sulla base di queste tre nozioni comuni vengono definiti cinque "***assiomi***":

1) Zero è un numero naturale.

2) Il successore di un numero naturale è un numero naturale.

3) Numeri diversi hanno successori diversi.

4) Zero non è il successore di alcun numero naturale.

5) Ogni insieme di numeri naturali che contenga lo zero e il successore di tutti i suoi elementi coincide con l'intero insieme dei numeri naturali.

Per analogia, ricordiamo che Euclide partiva da 5 nozioni comuni (es.: cose uguali a un'altra sono tra loro uguali, ecc.), 23 definizioni (es.: il punto, la linea retta ecc.) e 5 postulati (es.: tutti gli angoli retti sono uguali tra loro).

Ebbene: si dimostra che in base alle tre nozioni comuni e ai cinque assiomi di Peano è possibile costruire tutta la matematica moderna. Il primo passo sarà ovviamente quello di costruire l'***addizione*** tra due numeri, che è un'estensione degli assiomi 2) e 3); in analogia, usando anche 4) e 1), si costruisce la ***sottrazione***, e così via.

Una volta in possesso della sottrazione, il suo concetto, associato a 1), permette di costruire i ***numeri negativi*** e quindi la retta dei numeri "***Reali***". Seguono prodotto e divisione, da cui i numeri "***Razionali***", e così via. Qualunque concetto matematico moderno, non importa quanto complicato, è solo un'estensione delle tre nozioni e dei cinque assiomi, e quindi può essere capito da qualsiasi essere umano in grado di intendere e volere, e di eseguire somme, prodotti e percentuali.

Qualsiasi "***sistema matematico***", anche alternativo a quello di Peano, ma che possieda una "***potenza***" sufficiente ***almeno*** a definire le quattro operazioni tra numeri interi, va soggetto a un suo specifico "***Teorema di Gödel***" diviso in due parti:

A) In questo sistema esistono teoremi "***veri***" (e cioè compatibili sia con le nozioni comuni che con gli assiomi) che non sono dimostrabili applicando soltanto gli assiomi (e cioè in modo "***algoritmico***") alle nozioni comuni e agli altri teoremi già dimostrati veri.

B) Il teorema A) è vero, ma non dimostrabile applicando solo gli assiomi in modo algoritmico.

Nel gioco ***MU***, è necessaria una "***gödelizzazione***" per dimostrare che l'ipotetico teorema ***MU*** è falso, e che la sua falsità non si può dimostrare in modo algoritmico. Ma pure chi è riuscito a dimostrare che l'ipotetico teorema ***IM*** è falso, già ha gödelizzato, sebbene in modo più semplice.