

Il gioco “MU”

da: “Goedel, Escher, Bach” di D. R. Hofstadter
(Ed. ADELPHI)

La matematica procede come segue:

1. Si definisce l'insieme su cui si vuole operare
2. Si parte da “assiomi”, considerati come “verità evidenti”
3. Si impongono delle “regole di trasformazione” che operano sugli assiomi, trasformandoli via via in espressioni sempre diverse. Siccome le regole di trasformazione sono “vere”, anche le successive espressioni sono anch'esse “vere” (e cioè compatibili sia con gli assiomi che con le regole di trasformazione).
4. In questo modo, si arriva finalmente ai “teoremi”, che sono conseguenze degli assiomi e delle regole di trasformazione non evidenti a priori, ma comunque “veri”.

Per capire davvero come funziona la cosa, giochiamo al gioco “MU”.

1. Definizione dell'insieme: tutte le stringhe di lettere che contengano solo le tre lettere **M**, **I** e **U**. Per esempio: **MUIUUI** – **UMUMMIIMUU** ecc.
2. Assioma: la stringa **MI** è “vera”. Si tratta di un assioma del tutto arbitrario, ma è quello che serve per giocare.
3. Ora, le regole di trasformazione. Sono 4.

I): Se una stringa termina con una **I**, si può aggiungere una **U** alla fine (es: **MUIUII** può diventare **MUIUIIU**).

II): La stringa **Mx** può diventare **Mxx** (es: **MIUI** può diventare **MIUIIUI** raddoppiando il gruppo **IUI**).

III): Il gruppo **III** si può sostituire con **U** (es: **MUIII** può diventare **MUU**).

IV): È possibile eliminare il gruppo **UU** (es: **MUUIU** può diventare **MIU**).

A questo punto abbiamo l'insieme, l'assioma e le regole. Cerchiamo i teoremi. È ovvio che ne enunceremo solo un numero piccolissimo, poiché in teoria sono infiniti.

- | | |
|-------------------|-------------------------|
| 1. MI | assioma |
| 2. MII | da 1) con la regola II |
| 3. MIII | da 2) con la regola II |
| 4. MIIIIU | da 3) con la regola I |
| 5. MUIU | da 4) con la regola III |
| 6. MUIUUIU | da 5) con la regola II |
| 7. MUIIU | da 6) con la regola IV |

E così via. Con una analogia informatica, diremo che ciascuna delle quattro regole è un "algoritmo", e cioè una serie di istruzioni inequivocabili che, applicate alla cieca a partire da una certa stringa che chiameremo A, producono inevitabilmente la stringa B e nient'altro. Con la stringa 6), la regola IV conduce per forza alla stringa 7) e così via.

Lo scopo del gioco è il seguente: "Dimostrare se, in base all'assioma e alle regole, il teorema 'MU' è vero o falso".

In altri termini, partendo da **MI** e aggiungendo, raddoppiando e cancellando sempre in base alle quattro regole, si tratta di verificare se è possibile o no arrivare alla stringa **MU**.

Se, dopo un certo tempo, il lettore non riuscisse a capire se ciò è possibile o no, provi prima a verificare la verità o la falsità di un teorema più semplice: il teorema **IM**. Partendo da **MI** e applicando nell'ordine che si preferisce le quattro regole, si può giungere alla stringa **IM**? E se a un certo punto risultasse chiaro che non ci si può arrivare, spiegare il perché.

Con un po' di pazienza, sicuramente il lettore arriverà a dire se il teorema **MU** è vero o falso, ma forse non gli sarà sufficiente applicare le quattro regole. Più che applicarle, infatti, dovrà "analizzarle".

Può essere interessante sapere che nessun computer attualmente esistente può dimostrare la verità o la falsità del teorema **MU** né del più semplice teorema **IM**. Se il lettore riuscirà a giungere a qualche conclusione anche sul semplice teorema **IM**, sarà entrato nello stesso ordine d'idee che ha condotto Goedel al suo teorema (molto più complicato, ovviamente...).