

## Ricomincio da tre (dimensioni - 24/01/2007)

Relatività Generale e Meccanica Quantistica hanno dominato la fisica del XX secolo ma, come abbiamo rivisto la volta scorsa, questi due pilastri della scienza moderna sono in contraddizione insanabile tra loro.

Siccome il percorso storico che ha condotto alla situazione attuale, in cui si cerca una sorta di “Teoria del Quasi Tutto”, ha visto convergere diversi filoni di studio in tempi diversi, e non è il caso di partire dal giorno d’oggi perché si rischia una grande ammucchiata, torniamo un po’ indietro, quando c’erano solo tre dimensioni spaziali e una temporale. Ignoriamo per il momento la MQ, che sta prendendo la sua strada, e restiamo su Einstein e la RG.

Anno 1919. Einstein è riuscito a coronare in parte il suo sogno, che era quello di dimostrare come la fisica non sia altro che un capitolo di geometria, poiché la forza gravitazionale non ha affatto bisogno di una “forza a distanza” (quella che già dava molto fastidio a Newton), ma ogni fenomeno gravitazionale si può spiegare come effetto della curvatura dello spaziotempo.

Delle altre tre forze di natura, quelle nucleari (debole e forte) non erano, a quell’epoca ancora conosciute, mentre quella elettromagnetica non solo era ben conosciuta, ma già dal 1876 le Equazioni di Maxwell (EdM) ne descrivevano ogni aspetto. Il tentativo ovvio era, dunque, quello di trovare una descrizione di tipo geometrico anche per l’elettromagnetismo. Il fisico tedesco Theodor Kaluza era convinto di aver individuato la soluzione. Riscrivendo le Equazioni Gravitazionali di Einstein (che prendono in esame uno spaziotempo a 4 dimensioni) con una dimensione spaziale in più, si poteva procedere a una sorta di “separazione delle equazioni”, per cui restavano da una parte quelle di Einstein, e in più venivano fuori altre quattro equazioni, che potevano essere interpretate come una generalizzazione delle EdM. Kaluza scrisse a Einstein chiedendo di sottoporre il suo lavoro per la pubblicazione (allora si doveva avere l’approvazione ufficiale di uno scienziato ben affermato). Einstein fu molto impressionato dal lavoro di Kaluza, ma prima di raccomandare la pubblicazione chiese a Kaluza due precisazioni.

- 1) Perché la carica elettrica è quantizzata mentre quella gravitazionale (massa) non lo è?
- 2) Dove sta la quarta dimensione spaziale?

Kaluza riteneva che la quarta dimensione spaziale fosse un “cerchio” in ogni punto delle altre tre, e dalla deformazione di questi cerchi si potesse “scavare un binario”, cerchio dopo cerchio, che guidasse in modo geometrico il percorso delle particelle dotate di carica elettrica, in modo che il percorso “curvo” simulasse, dall’esterno, una “forza elettrica”, in analogia a come la curvatura delle tre dimensioni normali simula la forza gravitazionale. Non sapeva però spiegare né per quale motivo gli esperimenti non riuscissero a mettere in evidenza questa dimensione circolare, né perché la carica elettrica fosse quantizzata. Siccome l’idea era buona, dopo un paio d’anni di tira e molla Einstein si decise comunque a far pubblicare l’articolo di Kaluza. Che, però, per diverso tempo rimase una curiosità matematica.

Nel 1927, il fisico svedese Oskar Klein, ebbe una pensata: la quarta dimensione di Kaluza doveva essere molto piccola. In questo caso, si sarebbe spiegato come mai gli esperimenti non la vedevano. Inoltre, poiché a quell’epoca la MQ era ormai una teoria serie e praticamente completa, rendere “piccola” la quarta dimensione poteva spiegare almeno in modo qualitativo perché le cariche elettriche fossero quantizzate: mentre la massa, che è una curvatura delle tre dimensioni “grandi” non ha bisogno di essere quantizzata, nel mondo “piccolo” tutto è quantizzato, e quindi non esistevano obiezioni di principio al perché dovessero essere quantizzate anche le cariche elettriche. Per un po’ di tempo, la teoria di Kaluza-Klein catturò l’attenzione dei fisici. Ma chiediamoci anzitutto “quanto” doveva essere piccola questa dimensione, introducendo il cosiddetto “raggio classico dell’elettrone”, pari a  $2.82 \cdot 10^{-13}$  centimetri. Da cosa deriva questo valore? Da un calcolo che utilizza le EdM, supponendo di inviare delle onde elettromagnetiche su un sistema costituito da un elettrone e un protone, in cui l’elettrone è schematizzato come una pallina carica elettricamente.

Si calcola che le onde elettromagnetiche più lunghe vengono riflesse come se l'elettrone avesse un raggio finito. Ovviamente, non si tratta di un "raggio reale", ma di un "raggio equivalente" che tratta l'elettrone come se fosse una "particella classica". All'epoca, però, si mescolavano un po' le due cose, e si riteneva che, se la quarta dimensione circolare fosse stata dell'ordine di grandezza del "raggio classico dell'elettrone", tutto sarebbe andato a posto.

In verità, non ci volle molto tempo prima di capire che le cose non funzionavano. Infatti, il raggio classico dell'elettrone è dell'ordine di grandezza delle dimensioni di un nucleo atomico, e dal 1932 in poi, i primi acceleratori di particelle (ciclotroni) misero i fisici in condizione di studiare cosa accade a distanze così piccole. Attorno al 1940, era ormai chiaro che le previsioni sperimentali della teoria di Kaluza-Klein per quanto riguarda fenomeni elettromagnetici a dimensione atomica e subatomica non erano verificate, e perciò la teoria doveva essere sostanzialmente sbagliata. Dunque, pur restando nella fisica il concetto di "teorie alla Kaluza-Klein" per indicare le teorie che postulano un numero di dimensioni spaziali superiore a tre, e in qualche modo "nascoste", per diverso tempo i risultati sperimentali ottenuti dai nuovi acceleratori di particelle, inquadrati nel contesto della MQ, si presentarono come più immediatamente manipolabili per mezzo dell'introduzione delle forze nucleari debole e forte. Piuttosto che sviluppare teorie delle forze di tipo "geometrico", dunque, divenne più conveniente cominciare a sviluppare il Modello Standard che tratta quantisticamente le forze nucleari e l'elettromagnetismo, lasciando da parte la forza gravitazionale.

Torniamo, però, sul discorso di "raggio classico dell'elettrone". L'elettrone è una particella dotata sia di massa che di carica elettrica. Supponiamo che sia proprio una sfera di "elettricità distribuita". La carica elettrica totale distribuita in questa sfera è, ovviamente, la carica elettrica dell'elettrone. Ma una distribuzione di carica elettrica dello stesso segno (per esempio tutta negativa come in questo ipotetico l'elettrone "classico") ha anche associata una energia repulsiva elettrostatica, che si può calcolare facilmente dalle EdM o, addirittura, da leggi note ancor prima, come quelle di Coulomb e di Gauss. Proviamo a calcolare l'energia elettrostatica che avrebbe un elettrone "classico", e cioè una distribuzione sferica di carica elettrica avente un raggio pari al raggio classico dell'elettrone, e carica totale pari alla carica dell'elettrone. Viene un certo valore numerico, che chiamiamo  $E$ . Dividiamo questo valore per  $c^2$ , e otterremo una massa. Ebbene: si tratta proprio della massa dell'elettrone così come la misuriamo negli esperimenti. Ne dovremmo concludere che l'elettrone è proprio una sferetta di carica elettrica continua, avente un raggio uguale a quello "classico", e che la massa che misuriamo non è altro che la sua energia elettrostatica interna. Fin qui, i conti tornano.

Quand'è che non tornano? Quando, negli acceleratori di particelle, proviamo a misurare le dimensioni fisiche di un elettrone. Sappiamo che si può spingere la misura fin dove vogliamo, perché il Principio d'Indeterminazione non ci vieta di conoscere la posizione (o, se si preferisce, la dimensione) di un elettrone, a patto che rinunciamo a conoscere anche la sua velocità. Così, grazie agli acceleratori attuali, possiamo affermare che, se un elettrone ha una dimensione finita, questa deve essere almeno mille volte più piccola del suo raggio classico. LHC darà una misura più precisa, e ci dirà che il raggio "reale" dell'elettrone deve essere almeno diecimila volte più piccolo del suo raggio classico.

Cosa succede, però, dell'energia elettrostatica di una distribuzione di carica, quando viene compressa in una sfera di raggio sempre più piccolo? Che aumenta in proporzione a  $1/R$ . Dunque, secondo le misure più recenti, la massa (energia elettrostatica divisa per  $c^2$ ) di un elettrone dovrebbe essere mille o diecimila volte maggiore della sua massa misurata. È evidente che il concetto di "raggio classico" non funziona, e che bisogna ragionare in altro modo.